CORRECTION

1. Je développe, puis je réduis

- $A = (x - 4)(3x + 2) = 3x^2 + 2x - 12x - 8$
  $= 3x^2 - 10x - 8$

- $B = (2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
  $= 4x^2 - 12x + 9$

- $C = (4x + 5)^2 = (4x)^2 + 2.4x.5 + 5^2$
  $= 16x^2 + 40x + 25$

- $D = (4x - 3)^2 - (2x + 3)(x - 2)$
  $= 16x^2 - 24x + 9 - (2x^2 - 4x + 3x - 6)$
  $= 16x^2 - 24x + 9 - 2x^2 + 4x - 3x + 6$
  $= 14x^2 - 23x + 15$

2. a) Je développe, puis je réduis et ordonne P(x)

$P(x) = (3x - 5)^2 - (x + 2)^2$
$= (3x)^2 - 2.3x.5 + 5^2 - x^2 - 4x - 4$
$= 9x^2 - 30x + 25 - x^2 - 4x - 4$
$= 8x^2 - 34x + 21$

b) Je mets P (x) en produit de facteurs

$P(x) = (3x - 5)^2 - (x + 2)^2$
$= ((3x - 5 - (x + 2)) ((3x - 5 + (x + 2))$
$= (2x - 7)(4x - 3)$

c) Je calcule

$$P(\frac{-1}{2}) = 8 (\frac{-1}{2})^2 - 34 \times (\frac{-1}{2}) + 21$$

$$= 8 (\frac{1}{4}) + 34 \times \frac{1}{2} + 21$$

$$= 2 + 17 + 21 = 40.$$

$P(0)- = 8 (0)^2 - 34 \times (0) + 21 = 21$

3. Je factorise les expressions comme suit :

- $A = 25x^2 + 15x = 5x (5x + 3).$
- $B = (3x + 5)(2x + 1) - (3x + 5)(5x + 3)$
  $= (3x + 5)[(2x + 1) - (5x + 3)]$
  $= (3x + 5) [2x + 1 - 5x - 3]$
  $= (3x + 5) [-3x - 2].$
- $C = (x - 3)^2 + (2x - 1)(x - 3)$
  $= (x - 3)(x - 3) + (2x - 1)(x - 3)$
  $= (x - 3)[x - 3 + 2x - 1]$
  $= (x - 3)(3x - 4).$
- $D = (2x - 3)^2 - 16$
  $= (2x - 3)^2 - 4^2$
  $= (2x - 3 - 4) (2x - 3 + 4)$
  $= (2x - 7) (2x + 1)$
- $E = 16x^2 - 24x + 9$
  $= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2$
  $= (4x - 3)^2$

Je m'exerce

Expressions littérales

1. Ecris les expressions suivantes sans parenthèses, puis effectue les calculs possibles.

a) $-3{,}2 + (x - 4{,}5)$	d) $3 - (-3 + x)$
b) $2 + (-x - 11{,}8)$	e) $25+ (2x - 3)-(-x + 9)$
c) $7{,}5 - (x - 3)$	f) $(x – 3 + y) – 5 + (x - 4y + 7) - 2$

2. Donne le nom de la technique qui consiste à remplacer : l'expression ab + ac par a(b + c).
L'expression a(b + c) par l'expression ab + ac.

3. Recopie et complète :
Soit $A = -5x + 3$; $B = -5(x + 3)$
Calcule A et B pour $x = 0$; pour $x = -3$.
Développe B, peux-tu trouver une valeur de x pour $A = B$?

4. Complète de façon à obtenir un résultat sans parenthèses :

$(3x)^2 = \dots$; $(-5x)^2 = \dots$; $(\frac{2}{3}x)^2 = \dots$; $(\frac{-2}{5})^2 = \dots$

5. x est un nombre non nul.
Simplifie l'écriture des expressions suivantes :
a. x^2x^3 ; $2x^3.3x$; $4x^2.0{,}3x$
b. $-5x^2.(2x)^3$; $(-3x)^2.5x$; $(-2x)^2.(3x)^2$
c. $\frac{4x^3}{2x}$; $\frac{15x}{3x^4}$; $\frac{(2x^2)^3}{4x^5}$

Développement

6. Développe les expressions suivantes :
a. $2(5x – 7)$
b. $-3(2x + 5)$
c. $-5(-4x + 3)$
d. $x (2x + 3)$
e. $6x (3x - \frac{1}{2})$
f. $\frac{3}{5} (20x - \frac{5}{3})$

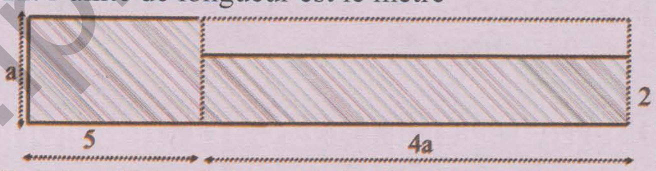
7. Développe et réduis les expressions :
a) $3 – 3(0{,}5x + 21)$
b) $5x – 3(-2x + 5)$
c) $3(-2x + 5) -2(4x + 3)$
d) $12 – 13(-x + 3) -11(x – 2)$

8. Développe et réduis
a) $(x + 2)(x + 3)$
b) $(2x + 3)(x + 4)$
c) $(-4x + 3)(x + 2)$
d) $(7x + 3)(5x + 2)$
e) $(-3x + 2)(-2x -7)$
f) $(\frac{1}{2}x – 3)(x + \frac{2}{3})$
g) $(\frac{3}{5}x – 1)(\frac{1}{3}x + 15)$
h) $(x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2})$
i) $(x - \frac{5}{3})(x - \frac{1}{15})$
j) $(-x - \frac{1}{2})(-2x - \frac{3}{5})$

9. Développe et réduis
a. $-2 + (2x – 7)(4 - 3x)$
b. $5 - (4x + 2)(-2x + 1)$
c. $3x -1 + (2x - 3)(3x + 2)$
d. $2x^2 - (-5x + 2)(x -3$

10. Développe et réduis
a. $2(3x – 5) – (5x – 3)(-2x + 1)$
b. $3x - 5(2x + 1) + (3x – 4)(7x + 2)$
c. $(3x – 2)(-x + 4)- (-x - 1)(-2x + 3)$
d. $2x - 4(x + 2) (-4x + 1)$
e. $(-\frac{1}{2}x + 3) –3 (x – 1)(\frac{1}{2} x - 3)$

11. l'unité de longueur est le mètre



Exprime l'aire de la partie hachurée en fonction de a.
1. En calculant la somme de deux aires.
2. En calculant la différence de deux aires.

Développe et réduis les deux résultats obtenus pour vérifier qu'elles sont identiques.

12. Recopie et complète les développements
a. $(3x + 4)^2 = 9x^2 + 2\dots. + 16$
b. $(2x + 3)^2 = (\ )^2 +2(\ ) + (\ )^2$
c. $(4x + \dots)^2 = 16x^2 + 20x + 25$
d. $(2x - 3)^2 = (\ )^2 -2(\ ) + (\ )^2$
e. $(7x - \dots)^2 = 49x^2 -\dots + 4^2$
f. $(2x + 3)(2x – 3) = (\ )^2 - (\ )^2$
g. $(\dots - 6)^2 = 25x^2 - \dots. + \dots$
h. $(3x + \dots)(3x - \dots) = \dots - 25$

13. Le développement de l'expression $(3x + 4)^2$ est-il une des expressions suivantes ?
Si oui, laquelle? Justifie ta réponse.
$6x^2 + 8$; $6x^2 + 24x + 8$; $3x^2 + 24x + 16$;

$9x^2 + 24x + 16$; $9x^2 + 16$; $9x^2 + 12x + 16$.

14. Développe les expressions suivantes :

a. $(x+1)^2$; $(5x+2)^2$; $(3+2x)^2$;

b. $(x-3)^2$; $(5-41)^2$; $(2x-3)^2$;

c. $(3a+b)^2$; $(a-2b)^2$; $(a2-3)^2$;

d. $(-10x+3)^2$; $(-2x-1)^2$; $(-3x+2)(-3x+2)$

e. $(\frac{1}{2}x+1)^2$; $(\frac{3}{2}x-7)^2$; $(\frac{4x}{3}-\frac{1}{2})(\frac{4x}{3}-\frac{1}{2})^2$

f. $(\frac{1}{4}x-3)(\frac{1}{4}x+3)$; $(\frac{4x}{3}-\frac{1}{2})(\frac{4x}{3}+\frac{1}{2})$

g. $(3x-2)(3x+2)$

15. a) Parmi les expressions
$2-x$; $x-2$; $-2+x$; $-x+2$.
Lesquelles sont égales ?
Lesquelles sont opposées ?
b) Compare $(x-2)^2$ et $(-x+2)^2$
c) Compare $(2-x)(2+x)$ et $(x-2)(2+x)$
d) Prouve que le produit $(2-x)(-2+x)$ est négatif.

16. a) En remarquant que $101 = 100 + 1$ et $99 = 100 - 1$ applique les identités remarquables pour calculer 101^2 ; 99^2 ; 101×99.
b) En suivant la même méthode, calcule
512 ; 982 ; 104×96.

17. $A = (5\sqrt{3} - 1)^2$

Ecris A sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont deux entiers relatifs.

Factorisation

18. Mets en facteurs, dans chacun des cas :

a) $5x + 25$ b) $-12x + 18$ c) $12x^2 - 16$
d) $-9x + 3$ e) $4x + 6$ f) $2x^2 - 4x3 - 8x^2$
g) $4\pi x - 6\pi x^2$ h) $\frac{a^2}{3} - 5a$

19. Factorise les expression suivantes:

a. $(2x-3)(x+2) - 5(2x-3)$
b. $(3x-2)4x + 3x - 2$
c. $(4x-3)(2x-3) - (4x-3)$
d. $(2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$
e. $(3x-2)^2 - 4(3x-2)$
f. $(3-4x)(2x-3) - 3(2x-3)^2$

20. Recopie et complète les factorisations

a) $x^2 - 4 = (\ldots)^2 - (\ldots)^2 = (\ldots + \ldots)(\ldots. - \ldots.)$
b) $4x^2 - 9 = (\ldots)^2 - (\ldots)^2 = (\ldots + \ldots)(\ldots. - \ldots.)$
c) $\frac{1}{4}x^2 - 9 = (\ldots)^2 - (\ldots)^2 = (\ldots. + \ldots)(\ldots.. - \ldots.)$
d) $16 - x^2 = [\ldots]^2 - [\ldots]^2 = [\ldots + \ldots][\ldots - \ldots]$

21. Factorise les expressions suivantes :

a) $16x^2 - 25$ b) $121x^2 - 9$
c) $9 - 4y^2$ d) $25a^2 - 1$
e) $1 - \frac{x^2}{16}$ f) $\frac{4}{9} - x^2$
g) $(x-1)^2 - 9$ h) $16 - (2x+3)^2$
i) $x^2 - (3x+2)^2$ j) $4x^2 - (x+5)^2$
k) $(2x-3)^2 - (x-1)^2$ l) $(5x+1)^2 - (x-1)^2$
m) $(3-2x)^2 - (7x+3)^2$ n) $9(x+1) - 25(x-2)^2$

22. Calcule les différences de carrés en appliquant l'identité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

a) $27^2 - 3^2$ b) $98^2 - 2^2$ c) $999^2 - 1$
d) $85^2 - 15^2$ e) $58^2 - 57^2$

23. Recopie et complète

a) $4x^2 + 4x + 1 = (..)^2 + 2 \times \ldots.\times\ldots. + (\ldots)^2$
$= (\ldots)^2$
b) $4x^2 - 12x + 9 = (..)^2 - 2 \times \ldots.\times\ldots. + (\ldots)^2$

24. Ecris les expressions suivantes sous forme de carrés.

$A = 16x2 + 8x + 1$ $B = 25x2 - 30x + 9$
$C = 9x2 - 12x + 4$ $D = 81 - 36x + 4x2$
$E = \frac{1}{4}x2 + x + 1$ $F = 9x2 - 3x + \frac{1}{4}$
$G = 0,25x2 + 2x + 4$ $H = x2 - 1,2x + 0,36$
$I = x2 + 2\sqrt{3}x + 3$ $J = x2 - 2\sqrt{5}x + 5$

25. Factorisation en plusieurs étapes.
On donne $A = 4x^2 - 28x + 49 - 3(2x - 7)$
a) Vérifie que $4x^2 - 28x + 49$ est le développement d'un carré.
b) Factorise A.

26. Transforme les expressions de façon à faire apparaître un facteur commun, puis factorise.

a.) $25x^2 - 81 + (2-x)(5x+9)$
b.) $(x^2 - 25) - x(x+5)$
c.) $25x^2 - 10x + 1 + (5x-1)(x-3)$
d.) (x^2+2x+1) 25) $-2x - 2$
e.) $(2x-1)^2 - (x+3)^2 + (3x+2)(x-5)$

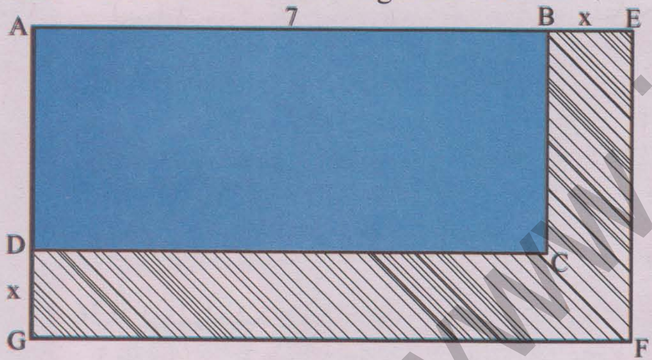
Equation du type A.B = 0

27. A) Résous les équations suivantes :
a.) $(x+2)(x-4) = 0$

b.) $(-x - 3)(2x - 5) = 0$
c.) $2x(3x - 5) = 0$
d.) $(x - \sqrt{2})(2x + \sqrt{3}) = 0$
e.) $(\frac{2}{3}x - \frac{1}{4})(\frac{3}{5} - 2) = 0$
f.) $(2x - 3\sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{6}) = 0$

B) Résous en se ramenant à une équation produit
a.) $4x^2 - 2x = 0$
b.) $(3x - 5)2 - (3x - 5) = 0$
c.) $(2x + 3)(x - 1) + 5(2x + 3) = 0$
d.) $(5x + 7)(2x + 3) + (5x + 7)2 = 0$
e.) $4x^2 - 9 = 0$
f.) $2x^2 - 9 = 0$
g.) $(x + 1)2 - 9 = 0$
h.) $4x^2 - 25 + (2x - 5)(x + 3) = 0.$

28. Pour ajuster le salon de Mamadou de forme rectangulaire ABCD tel que AB = 7m et AD = 3m, on augmente la longueur et la largeur de ce rectangle de x mètres, on obtient un nouveau salon AEFG comme le montre la figure ci-dessous



a. Exprime en fonction de x, le périmètre $\mathscr{P}$ et l'aire $\mathscr{A}$ de la surface augmentée.
b. Calcule la valeur de x pour laquelle $\mathscr{P}$ est égal à 22m.
Calcule $\mathscr{A}$ pour cette valeur.

29. ABCD étant un carré de côté 10 cm, on place un point E sur le segment [AD] et un point F sur la demi-droite [AB), ED = x.

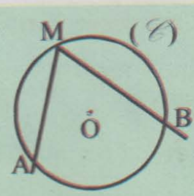
a) Faire un dessin à l'échelle $\frac{1}{2}$.
b) Exprime AE et AF en fonction de x.
c) Exprime EF en fonction de x.
d) Calcule EF pour x = 0 et pour x = 10.
e) Interprète géométriquement les résultats
f) Calcule EF pour $x = 2\sqrt{7}$.

30. Le bon choix
On considère l'expression
$A = (4x - 5)^2 - (3x - 1)(4x - 5).$
a) Développe et réduis A.
b) Factorise l'expression A
c) Développe l'expression factorisée du b.
Vérifie que le résultat est celui de a.
d) Calcule A pour les valeurs suivantes de x
$0 ; 1 ; \frac{5}{4} ; 4 ; \frac{1}{3} ; 10^4.$
Dans chaque cas, choisi l'écriture de A qui vous apparaît la mieux adaptée au calcul.

6 Angles

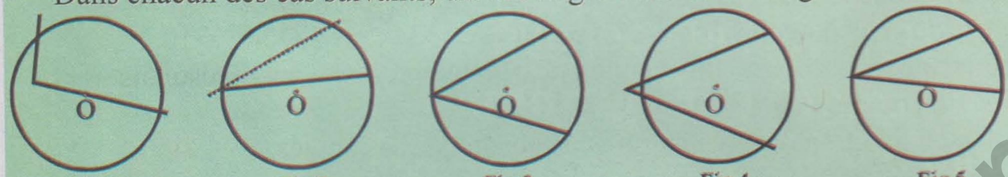
Je me souviens

1) Angle inscrit

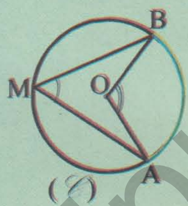


$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O.
A , B et M sont trois points du cercle $\mathscr{C}$.

- L'angle $\widehat{AMB}$ est appelé angle ….. dans le cercle $\mathscr{C}$.
- Dans chacun des cas suivants, dis si l'angle tracé est un angle inscrit dans le cercle.



2) Arc intercepté par un angle inscrit



Sur la figure donne :

- l'arc qui intercepte l'angle $\widehat{AMB}$
- l'angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

Je vais plus loin

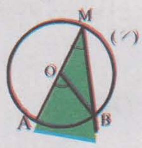
Activité 1 :

Angle inscrit dans un cercle

1) **Cas d'un angle aigu**

$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O. A, B et M sont trois points de $\mathscr{C}$.

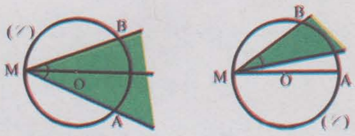
a) Sur la figure ci-contre, [AM] est un diamètre de $\mathscr{C}$.



- Justifie que $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

(Tu pourras utiliser le triangle isocèle MOB)

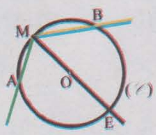
b) Dans les deux cas ci-contre,



- Justifie que $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

2) **Cas d'un angle obtus**

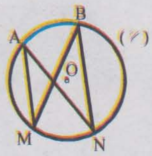
$\widehat{AMB}$ est un angle obtus inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. [EM] est un diamètre de $\mathscr{C}$.



- Justifie que : $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}(\widehat{AOE} + \widehat{EOB})$.
- Justifie que $\widehat{AMB} = 180° - \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

Activité 2 :

Angles inscrits interceptant le même arc

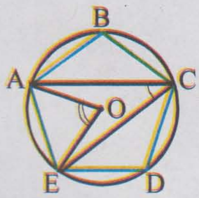


Dans chacun des cas ci-contre, $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O, $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ deux angles inscrits qui interceptent le même arc. Justifie que : $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$

Activité 3 :

Angles inscrits et configurations du plan

1) **Polygone régulier**



ABCDE est un pentagone régulier.

- Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACE}$;

(Tu peux calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.)

- Quelle est la mesure de chacun des angles aux sommets de ce pentagone?
- D'une façon générale, on considère un polygone régulier ayant n côtés (n entier naturel supérieur ou égal à 3).
  Exprime en fonction de n les mesures de chacun de ses angles.

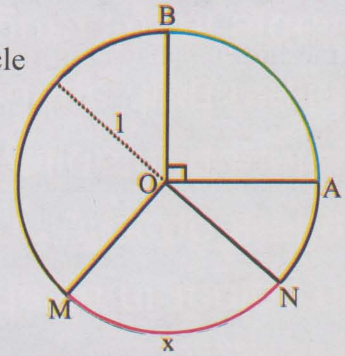
2) **Quadrilatère inscriptible dans un cercle**

A, B, M et N sont des points d'un cercle $\mathscr{C}(O\ ;\ r)$ tels que l'angle $\widehat{AMB}$ soit aigu et l'angle $\widehat{ANB}$ soit obtus.

- Exprime les mesures de $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ en fonction de la mesure de $\widehat{AOB}$.
- Justifie que les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont supplémentaires.
- Démontre de même que les angles $\widehat{MAN}$ et $\widehat{MBN}$ sont supplémentaires.

Activité 4 :

Mesure des angles en radian



Dans le plan, une unité étant choisie, on considère un cercle de centre O et de rayon 1.

Trouve le périmètre de ce cercle, la longueur du demi-cercle et celle du quart de ce cercle.

On définit ainsi une nouvelle unité de mesure des angles appelée le radian (le quart de cercle étant un arc intercepté par l'angle droit et le demi-cercle intercepté par l'angle plat…)

Dans cette unité l'arc de cercle et l'angle au centre qui l'intercepte $\widehat{MON}$ *sont mesurés par le même nombre.*

a) Trouve approximativement ce nombre pour l'angle $\widehat{MON}$.

b) Complète le tableau suivant :

Mesure en degré	180	90	60	45	30	0	x
Mesure en radian	π						y

c) Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

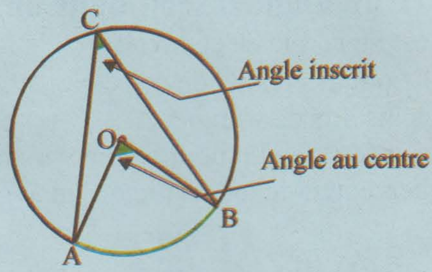
d) Trouve la relation qui permet de calculer x en fonction de y ou y en fonction de x.

e) Donne une conclusion

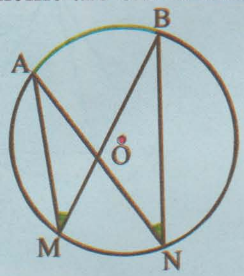
Je retiens

1. Angle inscrit dans un cercle

L'angle $\widehat{BCA}$ dont le sommet C est sur un cercle et les côtés [BC] et [AC] sont deux cordes de ce cercle est un angle inscrit dans ce cercle.
Un angle inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre qui intercepte le même arc

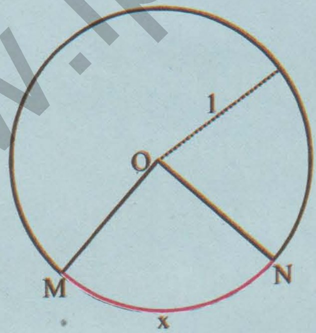


2. Angles interceptés par le même arc

Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.	Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent deux arcs de même longueur ont la même mesure.
	
$\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$. Donc $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ ont même mesure	Longueur de $\overset{\frown}{AB}$ = longueur de $\overset{\frown}{CD}$ Donc $\widehat{AMB}$ et $\widehat{CND}$ ont même mesure

3. Mesure d'un angle en radian

La mesure en radian d'un angle $\widehat{MON}$ est égale à la longueur de l'arc intercepté par cet angle sur le cercle de centre O et de rayon 1 (appelé cercle unité).



4. Mesure en radian et mesure en degré

Dans le cercle unité π radian correspond à 180°, cette correspondance permet de convertir les degrés en radian et réciproquement.
Le tableau de proportionnalité suivant illustre cette correspondance.

Mesure en degré	180	90	60	45	30	0	x
Mesure en radian	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{180} \times x$

Exemple : la mesure y, en radian, d'un angle de 76 degrés est calculé par la formule :

$y = \frac{\pi}{180} \times 76$, d'où $y = \frac{19\pi}{45}$

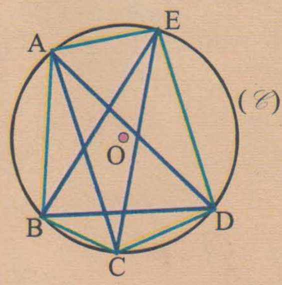
La mesure x, en degré, d'un angle de 1,24 radian est calculée par la formule $x = \frac{180}{\pi} \times 1,24$,

d'où $x \approx 71°$

Je sais faire

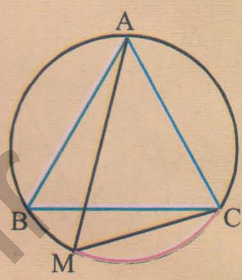
1. Reconnaître un angle inscrit dans un cercle

Exercice 1: $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O.
A ; B ; C ; D et E sont des points de ce cercle.
a) Cite les angles inscrits de sommet A.
b) Cite les angles inscrits ayant pour sommet un point autre que A et qui interceptent le même arc qu'un angle inscrit de sommet A.



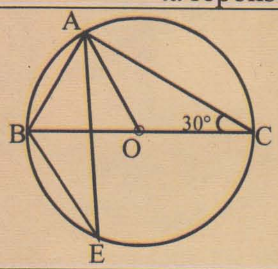
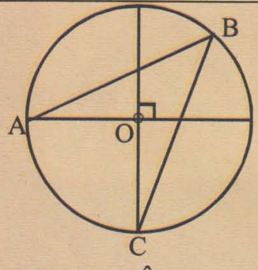
2. Donner la mesure d'angles interceptés par le même arc

Exercice 2: Soit ABC un triangle équilatéral, et soit M, un point de l'arc $\overset{\frown}{BC}$ du cercle circonscrit à ABC.
Quelles sont les mesures des angles :
$\widehat{AMB}$; $\widehat{AMC}$ et $\widehat{BMC}$.



3. Mesurer des angles en utilisant le radian

Exercice 3: Parmi les propositions suivantes mets une croix au dessous de celle qui est vraie, puis justifie ta réponse.

	$O\hat{A}B = 60°$	$A\hat{E}B = 30°$	$A\hat{B}E = 90°$	$B\hat{A}C = 90°$	$A\hat{O}B = 60°$
 L'angle $A\hat{B}C$ mesure	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	75°	45°

4. Convertir des mesures d'angles données en degré en radian et vice versa

Exercice 2: a) donne les mesures des angles suivants en radian 50° ; 120° ; 150° ; 270°.

b) donne les mesures des angles suivants en degré $\frac{\pi}{12}$; $\frac{\pi}{5}$; $\frac{2\pi}{3}$; 2π.

CORRECTION

1. a) Les angles inscrits de sommet A, sont :

$B\hat{A}D$; $B\hat{A}C$; $B\hat{A}E$.

c) Voici les angles inscrits ayant un autre sommet que A et interceptant le même arc :

- $B\hat{A}C$; $B\hat{E}C$; $B\hat{D}C$.
- $C\hat{A}D$; $C\hat{E}D$; $C\hat{B}D$
- $B\hat{A}D$; $B\hat{E}D$.

2. a) l'angle $A\hat{M}B$ et $A\hat{C}B$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$, donc ils ont même mesure : $A\hat{M}B = 60°$.

b) De même $A\hat{M}C$ et $A\hat{B}C$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AC}$, donc ils ont même mesure :
$A\hat{M}C = 60°$.

c) Le même raisonnement donne : $B\hat{M}C = B\hat{M}A + A\hat{M}C = 60° + 60° = 120°$

3. Voici les réponses dans le tableau

	$O\hat{A}B = 60°$ Car : $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B = 60°$ (angle inscrit de sommet C) d'une part, d'autre part OAB est isocèle en O, d'où $O\hat{A}B = 60°$	$A\hat{E}B = 30°$ $A\hat{E}B$ et $A\hat{C}B$ sont interceptés par le même arc $\overset{\frown}{AB}$, donc ils ont même mesure qui est 30°.	$A\hat{B}E = 90°$	$B\hat{A}C = 90°$ ABC est un triangle inscrit dans un cercle dont le côté [BC] est un diamètre de ce cercle. Donc ce triangle est rectangle en A.	$A\hat{O}B = 60°$ Angle inscrit au centre est le double de l'angle inscrit dans le cercle ayant même arc $\overset{\frown}{AB}$
L'angle $A\hat{B}C$ mesure	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$ $A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$ $= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$	75°	45° $A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C\ \frac{1}{2}$ $\times 90° = 45°$

4. On donne les conversions demandées dans les deux tableaux suivants :

Degré	50°	120°	150°	270°
Radian	$\frac{\pi}{180} \times 50 = \frac{5\pi}{18}$ radian	$\frac{\pi}{180} \times 120 = \frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{180} \times 150 = \frac{5\pi}{6}$	$\frac{\pi}{180} \times 270 = \frac{3\pi}{2}$

Radian	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{3}$	2π
Degré	$\frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{12} = 15°$	$\frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{5} = 36°$	$\frac{180}{\pi} \times \frac{2\pi}{3} = 120°$	$\frac{180}{\pi} \times 2\pi = 360°$

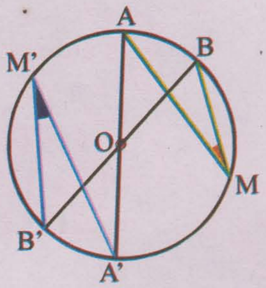
Je m'exerce

Angles inscrits

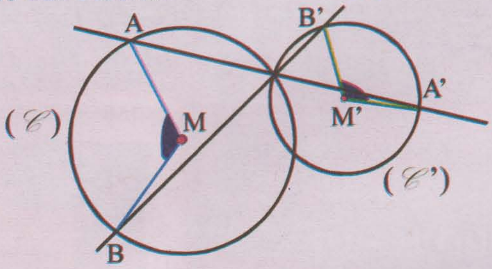
1. Dans les deux cas, prouve que:

$\widehat{AMB} = \widehat{A'M'B'}$

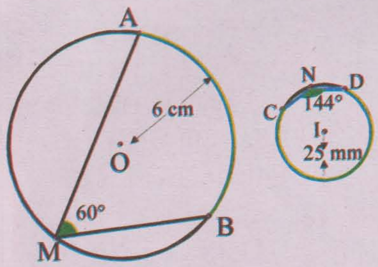
Cas 1 : O est le centre du cercle.



Cas 2 : M et M' sont les centres des cercles.



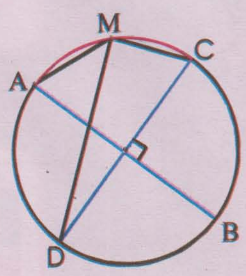
2. Prouve que les deux arcs de cercle verts ont la même longueur.



3. a) Trace un triangle équilatéral LMN, puis son cercle circonscrit de centre O.

Soit R un point du petit arc $\overset{\frown}{LM}$ de ce cercle.
Quelles sont les mesures, en degré, des angles $\widehat{LRM}$; $\widehat{LRN}$ et $\widehat{MRN}$?
Que peut-on en déduire pour la demi-droite [RN) ?
b) Trace un triangle ABC tel que :
AB = 5 cm ; BC = 6 cm et AC = 7 cm.
Soit O le centre de son cercle circonscrit.
Cite trois paires d'angles dont l'un est le double de l'autre.

4. Soit (AB) et (CD) deux diamètres perpendiculaires d'un cercle, et soit M un point de l'arc $\overset{\frown}{AC}$.

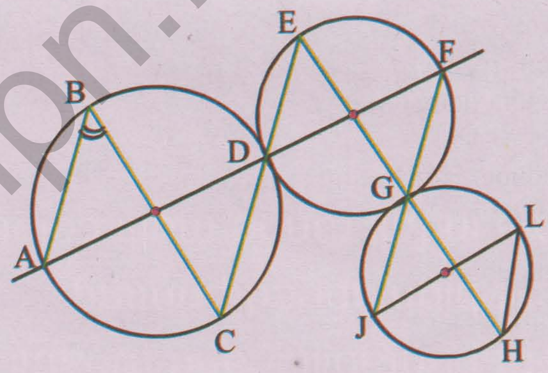


Quelles sont les mesures des angles $\widehat{AMB}$, $\widehat{AMD}$, $\widehat{DMC}$, $\widehat{BMC}$ et $\widehat{AMC}$?

5. On considère un triangle ABC ayant trois angles aigus et son cercle circonscrit de centre O.
Compare les mesures respectives des angles $\widehat{AOB}$; $\widehat{BOC}$ et $\widehat{COA}$ avec celles de $\widehat{ACB}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CBA}$.

6. Soit un triangle ABC rectangle en A. On désigne par I le milieu de l'hypoténuse.
a) En considérant le cercle circonscrit au triangle ABC, Démontre que : $\widehat{AIC} = 2 \times \widehat{ABC}$.
b) Quelle autre relation de ce genre peut-on démontrer ?

7. Que peut-on dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{HLJ}$? Pourquoi ?



8. 𝒞 est un cercle de centre O et de diamètre [AB]. C est un point de 𝒞 distinct de A et B.
La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ recoupe 𝒞 en D.
La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ recoupe 𝒞 en F.
Compare les angles $\widehat{DBC}$ et $\widehat{DAB}$.
Démontre que le triangle BDC est isocèle.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DBF}$?
Démontre que les droites (DO) et (FO) sont perpendiculaires.

9. On donne un cercle 𝒞 de centre O.
A et B sont deux points de ce cercle qui ne sont pas diamétralement opposés.
a) Place trois points M_1 ; M_2 et M_3 tels que les angles $\widehat{AM_1B}$; $\widehat{AM_2B}$ et $\widehat{AM_3B}$ soient des angles aigus inscrits dans le cercle 𝒞.
Où se trouvent tous les points M du plan tels que

$A\hat{M}B$ soit un angle aigu inscrit dans $\mathscr{C}$?
b) Place trois points N_1 ; N_2 et N_3 tels que les angles $A\hat{N}_1B$; $A\hat{N}_2B$ et $A\hat{N}_3B$ soient des angles obtus inscrits dans le cercle $\mathscr{C}$.
Où se trouvent tous les points N du plan tels que $A\hat{N}B$ soit un angle obtus inscrit dans $\mathscr{C}$.

10. $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O, [AB] une corde ne passant pas par O et E un point de l'arc $\overset{\smile}{AB}$.
La bissectrice de l'angle au centre $A\hat{O}B$ coupe l'arc $\overset{\frown}{AB}$ au point F.
Compare les mesures de $A\hat{O}F$ et $A\hat{E}B$.

11. ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O tel que : $A\hat{O}F = 30°$ et $C\hat{A}B = 45°$
Calcule la mesure de chacun des angles :
$D\hat{O}B$; $B\hat{O}C$; $O\hat{D}A$; $D\hat{A}O$; $O\hat{C}B$ et $O\hat{B}C$.

12. $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}$' sont deux cercles de centre O, de rayons respectifs r et r' (r < r').
A et B sont deux points de $\mathscr{C}$ non diamétralement opposés.
[AO) coupe $\mathscr{C}$' au point A' et [BO) coupe $\mathscr{C}$' au point B.
M est un point de $\overset{\frown}{AB}$ et N un point de $\overset{\smile}{A'B'}$
Démontre que : $A\hat{M}B = A'\hat{N}B'$.

13. $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O.
ABC est un triangle isocèle en A et inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$. (d) et (l) sont les bissectrices respectives des angles $A\hat{B}C$ et $A\hat{C}B$.
(d) et (l) recoupent $\mathscr{C}$ respectivement aux points M et N. Démontre que : $A\hat{N}C = A\hat{M}B$.

14. On donne un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. ABC est un triangle inscrit dans ce cercle tel que :
$A\hat{B}C = 85°$ et $B\hat{C}A = 50°$.
Fais une esquisse
Calcule la mesure de $B\hat{O}C$ et détermine la nature du triangle BOC.
Donne un programme de construction du triangle ABC.

15. [AB] est un diamètre d'un cercle $\mathscr{C}$.
La médiatrice de [AB] coupe le cercle $\mathscr{C}$ aux points I et J.
P est un point de l'arc $\overset{\frown}{AJ}$, distinct de A et de J.
Le point M est le projeté orthogonal de A sur (PI).
Démontre que le triangle AMP est isocèle.

16. ABC est un triangle inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. la bissectrice de l'angle $B\hat{A}C$ recoupe le cercle $\mathscr{C}$ au point A'.
[A'B'] est la corde de $\mathscr{C}$ telle que (A'B') est parallèle à (AB).
Démontre que (B'C)//(AA').

17. Les polygones suivants sont des polygones réguliers inscrits dans un cercle.
Complète le tableau ci-dessous :

Polygone	Angle au Centre en radian	Angle au sommet en °
Pentagone		
Hexagone		
Octogone		
Ennéagone		
dodécagone		

18. ABC est un triangle inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$.
[AD] est un diamètre de $\mathscr{C}$ et [AH] est une hauteur du triangle ABC.
La bissectrice de $B\hat{A}C$ recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en E.
Compare les angles des triangles AHC et ABD.
Démontre que (AE) est la bissectrice de $D\hat{A}H$.

19. [AC] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r.
[AB] est une corde de $\mathscr{C}$ telle que : AB = r.
La médiatrice de [AB] coupe l'arc $\overset{\frown}{AB}$ en J.
Calcule la mesure de chacun des angles du quadrilatère ACBJ.

Approfondissement

20. ABC est un triangle inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$
[AA'] est un diamètre de $\mathscr{C}$ et [AH] une hauteur du triangle ABC.
Démontre que : AB × AC = AH × AA'.

21. ABC est un triangle dont les trois angles sont aigus ; H est l'orthocentre de ce triangle. $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit à ABC .
Les droites (AH) ; (BH) et (CH) recoupent $\mathscr{C}$ respectivement aux points M, N et P.

a) Démontre que : $\widehat{ABN} = \widehat{PCA}$.

b) Justifie que (AM) est la bissectrice de $\widehat{PMN}$.

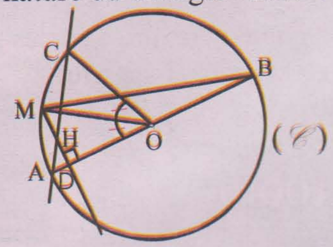
22. [AB] est un diamètre d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O. C est un point de ce cercle tel que $\widehat{AOC}$ soit un angle aigu.

(OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOC}$ et M est un point de $\overset{\frown}{AC}$.

Le point D est le projeté orthogonal de M sur (AB).

La droite (AC) coupe (MD) en H.

Quelle est la nature du triangle AMH ?



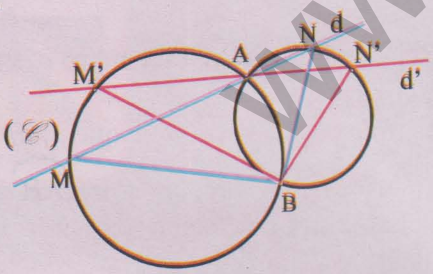
23. Trace un cercle et un triangle ABC dont les sommets appartiennent à ce cercle.

La bissectrice de $\widehat{BAC}$ coupe l'arc $\overset{\frown}{BC}$ en I.

Démontre que le triangle BIC est isocèle en I.

Que dites- vous du triangle BIC dans le cas où ABC est rectangle.

24. Deux cercles sont sécants en A et B. Une droite (d) passant par A coupe ces cercles en M et N. Une autre droite (d') passant par A coupe ces cercles en M' et N'.



Démontre que les angles $\widehat{MBN}$ et $\widehat{M'BN'}$ ont même mesure.

25. [AB] est un diamètre d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

C est un point de ce cercle. La tangente en C au cercle $\mathscr{C}$ coupe (AB) en M.

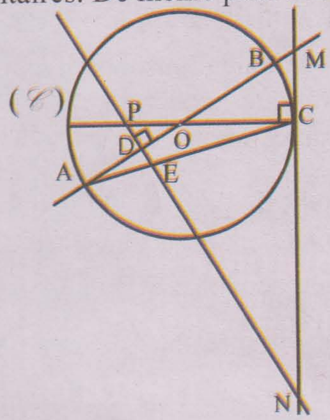
D est un point de (OA) et la droite perpendiculaire à (AB) passant par D coupe (AC) en E, (CM) en N et (OC) en P.

Dans le cas de la figure ci-contre :

a) Démontre que : $\widehat{COB} = \widehat{CNP}$.

Justifie que : $\widehat{CAB} = \dfrac{1}{2}\widehat{CNP}$.

b) Démontre que les angles $\widehat{CND}$ et $\widehat{DOC}$ sont supplémentaires. De même pour $\widehat{DEC}$ et $\widehat{DBC}$.



26. ABC est un triangle. [AI], [BJ] et [CK] sont les trois hauteurs et H l'orthocentre de ce triangle.

Justifie que les points H, I, C et J appartiennent à un même cercle ainsi que les points H, I, B et K.

Démontre que (AI) est la bissectrice de $\widehat{JIK}$.

Justifie que H est le centre du cercle inscrit dans le triangle IJK.

27. [PQ] est un diamètre d'un cercle $\mathscr{C}$ de rayon r.

A et B sont deux points de $\mathscr{C}$, H est le projeté orthogonal de P sur (AB).

Démontre que : PA × PB = 2r × PH.

28. ABCDE est un pentagone régulier inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$.

Démontre que le produit de la distance de E à (AB) et de la distance de E à (CD) est égal au produit de la distance de E à (BC) et de la distance de E à (AD).

29. ABCDE est un pentagone régulier de côté a inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$.

Les droites (AB) et (CD) se coupent au point I.

On pose AC = d.

a) Calcule la mesure de chacun des angles du triangle BIC et donne la nature du triangle BIC.

b) Démontre que le quadrilatère EBIC est un losange. Justifie que : IB = IC = d.

c) Démontre que : $\dfrac{ID}{IC} = \dfrac{AD}{BC}$.

Justifie que : $a^2 + ad = d^2$

7 Système d'équations et d'inéquations

Je me souviens

- On donne la fonction $x \longmapsto 2x + 1$ (appelée fonction affine).
  - Que représente graphiquement cette fonction ?. Ecris l'équation correspondante.
  - Choisis deux points A, B et un repère, puis écris l'équation correspondante.
- On désigne par A l'expression : $2x + y - 6$.
  - Donne deux couples tels que $A > 0$
  - Donne deux couples tels que $A = 0$
  - Donne deux couples tels que $A < 0$
  - Que représentent les couples de nombres pour lesquels A est nul?
  - Que représentent les couples de nombres pour lesquels A est positif?
  - Que représentent les couples de nombres pour lesquels A est négatif?

Je vais plus loin

Activité 1 :

Résolution par substitution

Dans un super marché du quartier, Doudou, un employé a livré des bouteilles de jus de mangue à 120 UM l'une et des bouteilles de jus de pomme à130 UM l'une.

Le patron lui demande combien il a livré de bouteilles de chaque variété.

Doudou se souvient seulement qu'il a livré en tout 9 bouteilles et que le client devait payer1130 UM.

- Aide Doudou à répondre aux questions suivantes :

Soit x le nombre de bouteilles de jus de mangue.

Soit y le nombre de bouteilles de jus pomme.

a) Traduis la phrase « Doudou a livré en tout 9 bouteille par une relation entre x et y.

b) Traduis la phrase « le client devait 1130 UM par une relation entre x et y.

c) Traduis l'énoncé du problème par un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} .... + ... = 9 & \rightarrow 1 \\ .... + ... = 1130 & \rightarrow 2 \end{cases}$$

Pour $x = 6$ et $y = 3$, l'équation (1) est elle vérifiée ? l'équation 2 est elle vérifiée.

d) Doudou livre-t-il 6 bouteilles de jus de mangue et 3 bouteilles de jus de pomme?

e) Essaie d'autres valeurs pour trouver la solution.

f) Exprime y en fonction de x à l'aide de l'équation (1).

Exprime y par l'expression trouvée dans l'équation (2), puis résous l'équation obtenue.

g) Calcule la valeur de y.

h) Complète le texte suivant : d'après les calculs effectués, si le couple (x ; y) est solution du système, alors x = … et y = …..

Vérifie que le couple (x ; y) trouvé est solution du système.

i) Donne la réponse à la question posée par le patron de Doudou.

Cette démarche est appelée méthode par substitution.

Activité 2 :

Résolution par combinaison

Faisant ensemble leurs courses au marché pour les préparatifs de la fête de Tabaski, Hafsatou et Khadija, ont acheté les mêmes boucles d'oreilles et barrettes.

Hafsatou a pris 4 paires de boucles d'oreilles et 3 barrettes, elle a payé 2 300 UM.

Khadija a pris 2 paires de boucles d'oreilles et 5 barrettes, elle a payé 1 500 UM.

Aide les filles à trouver, le prix d'une paire de boucles d'oreilles et celui d'une barrette. Pour cela, répond aux questions suivantes :

a) Soit x le prix d'une paire de boucles d'oreilles

Soit y le prix d'une paire de barrettes.

Ecris le système dont (x ; y) est solution de : $\begin{cases} .... + ... = 2300 & \rightarrow 1 \\ .... + ... = 1500 & \rightarrow 2 \end{cases}$

b) Ecris l'équation (2') obtenue en multipliant les deux membres de l'équation (2) par (-2).

c) Additionne membre à membre les équations (1) et (2') ; on obtient une nouvelle équation. Qu'observes-tu ? Calcule y.

d) Ecris l'équation (1') obtenue en multipliant les deux membres de l'équation (1) par (5) et (2'') obtenue en multipliant les deux membres de l'équation 2 par -3.

Donne sou forme : $\begin{cases} .... + ... = 2300 \times 5 & \rightarrow (1') \\ .... + ... = 1500 \times (-3) & \rightarrow (2'') \end{cases}$

En additionnant membre à membre ces deux équations, calcule x.

e) Vérifie que le couple (x ; y) est solution du système puis rédige la réponse à la question posée.

Activité 3 :

Interprétation graphique

On veut déterminer graphiquement toutes les façons à obtenir une somme de 150UM avec seulement des pièces de 20 UM et de 10UM.

On note x le nombre de pièces de 20 UM et y le nombre de pièces de 10 UM.

a) Traduis la somme totale de 150 UM par une relation de la forme y = ax + b.

b) Trace dans un repère (prendre pour unité de longueur 0,5 cm et si possible utilise le papier millimétré) la droite d'équation y = ax + b trouvée dans a).

c) Donne les points de la droite qui représente les couples (x ; y) solution du problème posé. Marque ces points en couleur de votre choix.

d) Donne toutes les façons à obtenir 150 UM avec des pièces de 20 UM et 10 UM.

e) On veut déterminer graphiquement toutes les façons d'obtenir une somme de 150 UM avec les seules pièces de 20UM et 10 UM et une somme de 21 UM avec les seuls pièces de 1 UM et 5 UM.

- Donne le système correspondant à ces données.
- Ecris les deux équations du système sous la forme y = ax + b.

  On obtient deux équations de droites d_1 et d_2.
- Dans le même repère du plan ; trace les deux droites d_1 et d_2 , elle sont sécantes en A ; lis les coordonnés de A sur le graphique.
- Que représentent les coordonnées de A pour le système ?

  y a-t-il plusieurs solutions ? Vérifie par le calcul la solution lue sur le graphique.

Activité 4 :

Résolution de système d'inéquations

Pour offrir des cadeaux à ses six camarades, Dahaba veut acheter des crayons à 50 UM, le crayon et des cahiers à 80 UM, le cahier.

Il a en tout 500 UM, et il veut offrir au moins un objet à chacun.

Quelles sont toutes les solutions possibles ?

Pour cela réponds aux questions suivantes:

a) Traduis les données de l'énoncé sous forme de système d'inéquations.

b) Dans un repère du plan, trace la droite d_1 d'équation $y = \frac{-5}{8}x + \frac{50}{8}$ et détermine le demi- plan (P_1) formé par $50x + 80y < 500$.

c) Trace la droite d_2 d'équation $y = -x + 6$ et détermine le demi-plan (P_2) formé par $x + y > 6$.

d) Détermine l'intersection des deux demi-plans (P_1) et (P_2) à l'exclusion des droites d_1 et d_2.

e) Quelles sont toutes les solutions possibles ?

Je retiens

1. Equation du 1^er^ degré à deux inconnues

Une équation du 1er degré à deux inconnues x et y est une équation de la forme **$ax + by = c$** ou a ; b ; c sont des réels ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) les solutions sont tous les couples (x ; y) pour lesquels l'égalité $ax + by = c$ est vérifiée.

Exemple : $3x + 2y = 5$ est une équation du 1er degré à 2 inconnues x et y.

- Si $x = 1$ et $y = 1$ on a : $3 \times 1 + 2 \times 1 = 5$.
  Le couple (1 ; 1) est solution de l'équation $3x + 2y = 5$.
- Si $x = 1$ et $y = 3$ on a : $3 \times 1 + 2 \times 3 = 3 + 6 = 9$ ($9 \neq 5$).

Donc le couple (1 ; 3) n'est pas solution de l'équation $3x + 2y = 5$.

Géométriquement les couples solutions sont les coordonnées (x ; y) des points M de la droite (d) d'équation $3x + 2y = 5$ ou $y = \frac{-3}{2}x + \frac{5}{2}$.

2. Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues

Un regroupement de deux équations du 1er degré à deux inconnues telle que :

$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ S'appelle un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues.

Un couple de solutions d'un système vérifie en même temps les deux équations de ce système.

Exemple : $\begin{cases} 2x + 5y = 4 & \rightarrow 1 \\ x - 2y = -7 & \rightarrow 2 \end{cases}$

Pour $x = -3$ et $y = 2$ on a (1) $2 \times (-3) + 5 \times 2 = -6 + 10 = 4$
(2) $-3 - 2 \times 2 = -3 - 4 = -7$

Le couple (-3 ; 2) est solution des deux équations, il est donc solution du système.
Résoudre un système c'est trouver toutes les solutions.

3. Méthode de résolution

a) Méthode par substitution

On exprime l'une des inconnues, en fonction de l'autre à l'aide de l'une des deux équations.
On reporte cette expression dans l'autre équation ; on résout l'équation à une seule inconnue ainsi obtenue, puis on calcule la valeur de l'autre inconnue.
Enfin, on vérifie que le couple de solution vérifie bien le système.

Exemple : $\begin{cases} 2x + 5y = 4 & \rightarrow 1 \\ x - 2y = -7 & \rightarrow 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 5y = 4 & \rightarrow 1 \\ x = -7 + 2y & \rightarrow 2 \end{cases}$

On remplace x dans (1), on obtient :

$2(-7 + 2y) + 5y = 4 \rightarrow -14 + 4y + 5y = 4 \rightarrow 9y = 18 \rightarrow y = 2$

On calcule x :

$x = -7 + 2 \times 2 = -7 + 4 = -3$

Donc (-3 ; 2) est la solution du système.

b) Méthode par combinaison

On choisit un nombre de façon à ce que les termes en x (respectivement en y) s'annulent en additionnant membre à membre les deux équations, puis on calcule x (respectivement y).
On vérifie que le couple est bien solution.

Exemple : $\begin{cases} 2x + 5y = 4 & \rightarrow 1 \\ x - 2y = -7 & \rightarrow 2 \end{cases}$

Calcul de x, on multiplie les deux membres de l'équation (2) par (-2), le système devient :

$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 & (1) \\ -2x + 4y = 14 & (2) \end{cases}$$

On additionne membre à membre les équations, puis on calcule y.

$0x + 9y = 18 \rightarrow y = 2$

Calcul de x : on multiplie les deux membres de l'équation (1) par 2, ceux de l'équation 2 par 5,

le système devient : $\begin{cases} 4x + 10y = 4 \\ 5x - 10y = -35 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$$9x + 0y = -27 \rightarrow x = \frac{-27}{9} = -3$$

Vérification pour x = -3 et y = 2.

(1) $2(-3) + 5 \times 2 = -6 + 10 = 4$ donc (1) est vérifiée.

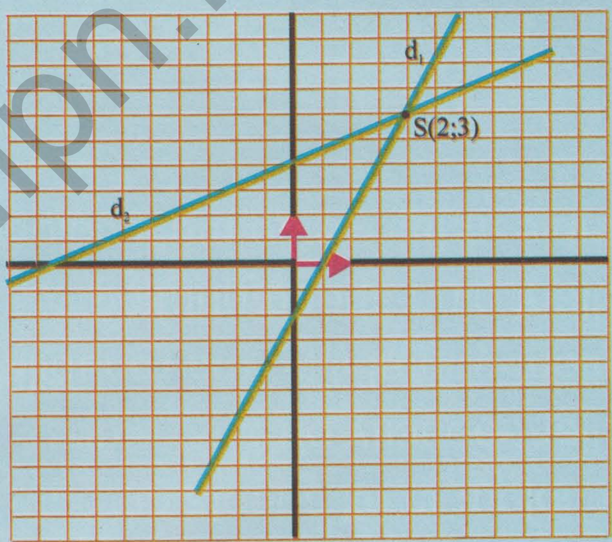
(2) $-3 - 2 \times 2 = -3 - 4 = -7$ donc (2) est vérifiée.

D'où (-3 ; 2) est solution du système.

c) Résolution graphique

Dans la solution graphique, on associe aux deux équations du système deux équations de droites.
Les coordonnées des points d'intersections de ces deux droites, s'ils existent constituent alors la solution du système.

Exemple : $\begin{cases} 2x - y = 1 & ; \quad d_1 \text{ d'équation } y = 2x - 1 \\ -x + 2y = 4 & ; \quad d_2 \text{ d'équation } y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$



Après la construction graphique, les coordonnés (2 ; 3) du point S sont les solutions du système.

Remarque : la résolution graphique, qui est souvent approximative permet cependant de contrôler les résultats obtenus par le calcul, d'anticiper l'existence ou non de solution du système.

4. Système d'inéquations du 1er degré à deux inconnues

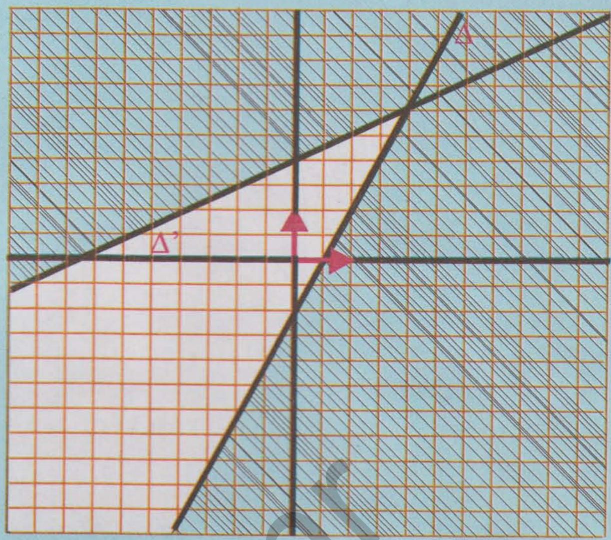
Résolution graphique du système $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x - 2y > -4 \end{cases}$

Résoudre ce système, c'est chercher graphiquement toutes les solutions communes aux deux inéquations

Le système peut s'écrire : $\begin{cases} y > 2x - 1 \\ y < \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$

On trace les deux droites Δ : d'équation $y = 2x - 1$ et Δ' d'équation $y = \frac{1}{2}x + 2$.

Pour chacune des inéquations on détermine les demi-plans qui correspondent aux solutions.
L'intersection des demi plans représente graphiquement l'ensemble des solutions du système des inéquations.



- $\Delta : 2x - 1$

$x = 0 ; y = -1 ;$
$x = 1 ; y = 1 ;$
$O(0 ;0) ; 2 \times 0 - 1 < 1 ;$
O est solution de l'inéquation $2x - y < 1$ (1)

- $\Delta' : y = \frac{1}{2}x + 2$

$x = 0 ; y = 2 ;$
$x = 2 ; y = 3$
Pour l'inéquation : $x - 2y > -4$;
$0 - 0 > -4$
donc O est solution de l'inéquation (2).

La partie non hachurée est l'ensemble des solutions du système.
Les solutions graphiques du système correspondent à tous les points communs aux deux demi-plans (région non hachurée).

Je sais faire

1. Résoudre un système par substitution

Exercice 1: Résous le système $\begin{cases} x - y = 4 & \rightarrow (1) \\ 2x - 3y = 4 & \rightarrow (2) \end{cases}$ par la méthode de substitution

2. Résoudre un système par combinaison

Exercice 2: Résous le système $\begin{cases} 5x + 4y = 4 & \rightarrow (1) \\ -3x + y = -16 & \rightarrow (2) \end{cases}$

3. Résoudre graphiquement un système

Exercice 3: Interprète graphiquement le système $\begin{cases} 2x + y = 4 & \rightarrow (1) \\ -4x + 5y = 10 & \rightarrow (2) \end{cases}$

4. Résoudre un système d'inéquations du premier degré

Exercice 4: Moussa veut constituer un petit élevage, pour cela, il veut acheter plus de 8 poulets et canards ; (plus d'une volaille de chaque sorte) ; mais sa dépense doit être inférieure à 18 000 UM.

1) Sachant qu'un poulet coûte 1 500UM et un canard coûte 2 250UM.
   Quelles sont toutes les possibilités d'achat pour Moussa ?
2) Quel est le nombre minimal de poulets que Moussa peut acheter ?
3) Quelles sont les possibilités d'achat si Moussa veut acquérir plus de 3 canards ?

CORRECTION

1. Si (x ; y) sont les solutions du système, d'après (1) $x = y + 4$ (1')
On remplace dans (2), on obtient :
$2(y + 4) - 3y = -4$
$2y + 8 - 3y = -4$
$-y = -12$
$y = 12$
On remplace y dans (1') on obtient $x = 12 + 4 = 16$.
Donc le couple (16 ; 12) est la solution unique du système.

2. $\begin{cases} 5x + 4y = 5 & \to (1) \\ -3x + 8y = -16 & \to (2) \end{cases}$ on multiplie les deux membres de l'équation (1) par - 2

$\begin{cases} -10x - 8y = -10 & \to (1) \\ -3x + 8y = -16 & \to (2) \end{cases}$ on additionne membre à membre; puis on calcule x

$-13x = -26 \longrightarrow x = \dfrac{-26}{-13} = 2$

On multiplie les 2 membres de l'équation (1) par 3.
On multiplie les 2 membres de l'équation (2) par 5.

$\begin{cases} 15x + 12y = 15 \\ -15x + 40y = -80 \end{cases}$ On additionne membre à membre; puis on calcule y

$52y = -65 \longrightarrow y = \dfrac{-65}{52}$; donc le couple $(2 ; \dfrac{-65}{52})$ est la solution du système.

3. $\begin{cases} 2x + y = 4 & \to (1) \\ -4x + 5y = 10 & \to (2) \end{cases}$

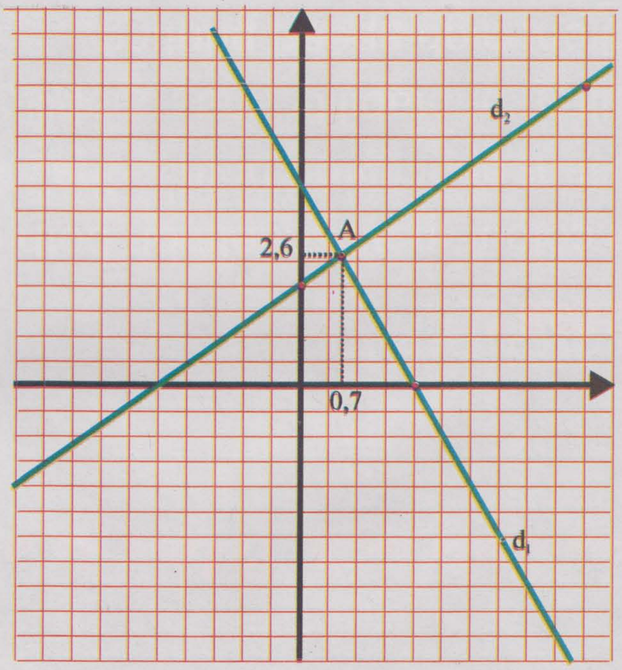
(1) $2x + y = 4 \longrightarrow y = -2x + 4$
les solutions de l'équation (1)
sont représentées par la droite (d_1) d'équation
$y = -2x + 4$.

(2) $-4x + 5y = 10 \longrightarrow y = \dfrac{4x}{5} + \dfrac{10}{5}$ $(y = \dfrac{4}{5}x + 2)$

les solutions de l'équation (2)sont représentées par la droite (d_2) d'équation : $y = \dfrac{4}{5}x + 2$.

Tracé de d_1 ; on choisit :
$x = 0 ; y = 4$
$x = 2 ; y = 0$

Tracé de d_2 ; on choisit
$x = 0 ; y = 2$
$x = \dfrac{-5}{2} ; y = 0$



d_1 et d_2 sont sécants en A ; le système a donc une seule solution ; le couple des coordonnées de A.
$x \approx 0,7$ et $y \approx 2,6$. La solution lue est une valeur approchée, par le calcul on trouve le couple solution exacte $x = \dfrac{5}{7}$ et $y = \dfrac{18}{7}$.

4. Choix de l'inconnue $\begin{cases} \text{x le nombre de poulets achetés (x entier plus grand que 1)} \\ \text{y le nombre de canards achetés (y entier plus grand que 1)} \end{cases}$

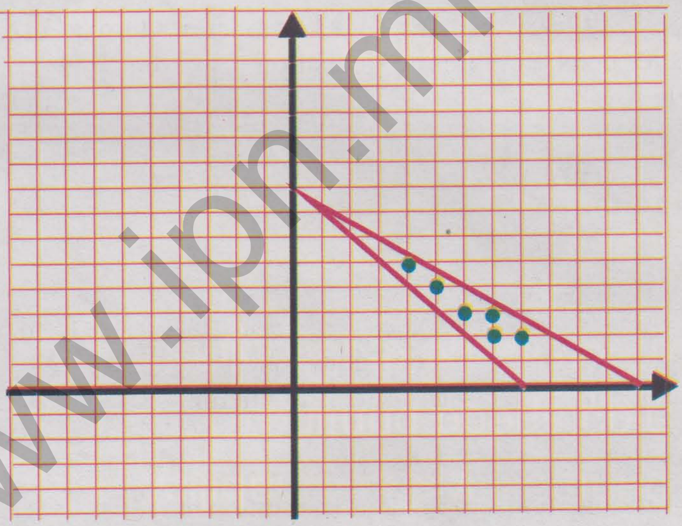
Mise en équation le nombre de volaille est plus grand que 8 : $x + y > 8$
le prix d'achat des volailles est plus petit que 18 000 UM. $1\ 500x + 2\ 250y < 18\ 000$.

d'où le système : $\begin{cases} x + y > 8 \\ 1500x + 2250y < 1800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y > 8 \\ 2x + 3y < 24 \end{cases}$

1) Les couples sont (4 ;5) , (5 ;4) , (6 ;3) , (7 ;3) , (7 ;2) , (8 ;2).
2) Moussa peut acheter au minimum 4 poulets.
3) Moussa a 2 possibilités pour acheter plus de 3 canards :
   4 canards et 5 poulets ou 5 canards et 4 poulets.

Résolution graphique

Possibilités :
- 4 poulets et 5 canards → 17 250 UM.
- 5 poulets et 4 canards →16 500 UM.
- 6 poulets et 3 canards →15 750 UM.
- 7 poulets et 3 canards →15 000 UM.
- 7 poulets et 2 canards → 17 250 UM.
- 8 poulets et 2 canards →16 500 UM.



Activité documentaire

La naissance de l'Algèbre

Au IV$^{\text{ème}}$ siècle, à Bagdad, le mathématicien **AL Khawarizmi(750- 850)** adresse au calife un fameux traité de Mathématique :
« L'abrégé du calcul par **AL- Jabr** et **AL- Muqabala** ».
Avec cet ouvrage, Al Khawarizmi peut être considéré comme le fondateur de l'algèbre[1], la science du calcul.
Il y décrit deux règles, **Al-Jabr** et **Al-Muqabala**, qui permettent de ramener certaines équations du premier ou du second degré à des équations de base pour lesquelles des algorithmes. de calcul était connus.

1. Le mot algèbre est une déformation du mot arabe Al- Jabr.
2. Le mot algorithme qui désigne un procédé de calcul est une déformation du nom de Al Khwarizmi.

La règle AL_Jabr Consiste à se débarrasser des termes à soustraire en ajoutant des termes égaux dans les deux membres de l'équation.

Par exemple :

$x^2 - 10x + 95 = x^2 + 5$

$x^2 - 10x + 10x + 95 = x^2 + 10x + 5$

$x^2 + 95 = x^2 + 10x + 5$

AL-Jabr

On se débarrasse du terme -10x en ajoutant + 10x dans les deux membres de l'équation et on simplifie.

La règle AL-Muqabal Consiste à se débarrasser des termes à soustraire en ajoutant des termes égaux dans les deux membres de l'équation.

Avec l'équation trouvée ci-dessus, cela donnerait :

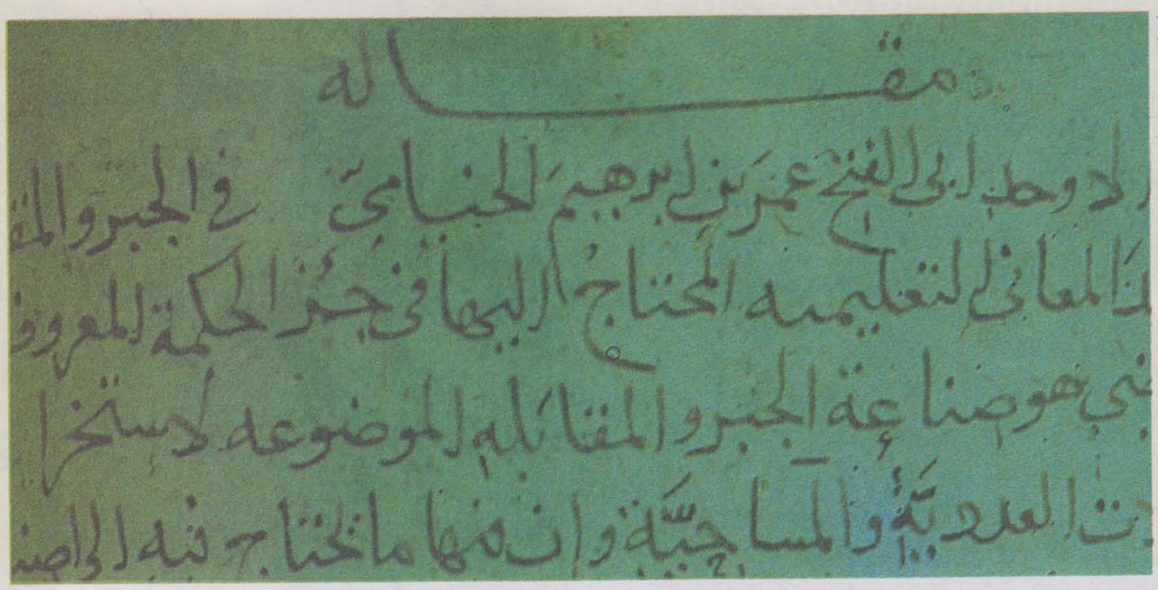
$x^2 + 95 = x^2 + 10x + 5$

$90 = 10\ x$

AL-Muqabala

On obtient une équation simple dont la solution est trouvée en posant la division.

On se débarrasse des termes égaux dans les deux membres de l'équation, ici : x^2 et 5.



Démonstrations de problèmes d'Al-Jabr et d' Al-Muqabala par le poète et mathématicien Omar Khayam, XII$^{\text{e}}$ siècle.

Je m'exerce

1. Parmi les couples (7 ; 0), (0 ; -10,5), (3 ; 1), (5 ;2), lequel est solution du système :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 5x - 2y = 21 \end{cases}$$

2. Parmi les couples ($\frac{17}{2}$;0), (7 ;2), (-2 ;7), lequel est solution du système ?

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = \frac{17}{3} \\ \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}y = \frac{59}{6} \end{cases}$$

3. Propose un système de deux équations du premier degré à deux inconnues x et y qui a pour solution : x = 2 ; y = 5.

4. a) Dresse la liste des couples d'entiers naturels x, y tels que x + y = 7. Calcule dans chaque cas la valeur de l'expression 3x –y :

$(x ;y) \longmapsto 3x - y$;
$(0 ;7) \longmapsto -7$;
$(.. ;..) \longmapsto ....$;

b) en déduis la solution du système $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - y = 13 \end{cases}$

où x et y désignent des nombres entiers naturels.

Résolution graphique

5. Résous les systèmes suivants par la méthode de substitution :

a) $\begin{cases} y = x + 1 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = -1 \\ 4x - 3y = -7 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = -8 \end{cases}$

6. Résous par substitution les systèmes :

a) $\begin{cases} y = 1,2x \\ 6,4x - 3,5y = 18,7 \end{cases}$; b) $\begin{cases} u = 2\sqrt{3} \\ 3u + 5v = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2a - b = 4 \\ 3a + 5b = 0 \end{cases}$

7. Résous les systèmes suivants par la méthode de combinaison.

a) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 3x - 5y = 5 \\ -3x + y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 10x - 3y = 24 \\ 4x + 5y = 22 \end{cases}$

8. Résous le système suivant par combinaison après avoir simplifié les équations :

a) $\begin{cases} 3x + 8y = 120 \\ 25x - 100y = 250 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{18}\,y = \sqrt{50} \\ \sqrt{12}x + \sqrt{27}y = -4\sqrt{3} \end{cases}$

9. Résous les systèmes suivants selon la méthode de votre choix :

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = -6 \end{cases}$; b) $\begin{cases} y = 2,7x + 10,4 \\ y = 1,5x - 5,2 \end{cases}$

10. Sans résoudre les systèmes vérifie que les systèmes suivants ont même solution.

a) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + 6y = 12 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2(x + y) - 3y = 4 \\ 3(x + y) + 3y = 12 \end{cases}$

11. Transforme les équations du système suivant de façon à obtenir des équations à coefficients entiers, puis résous ce système.

$$\begin{cases} \frac{x}{3}x - \frac{5y}{12} = -2 \\ \frac{2x}{7} + \frac{y}{14}y = 3 \end{cases}$$

12. a) Résous le système :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 5x + 4y = -1 \end{cases}$$

b) en déduis la solution du système :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 5y = -1 \end{cases}$$

13. a) Résous le système :

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

b) Peut-on trouver deux nombres entiers dont la somme est 23 et tels que le triple de l'un est égal au double de l'autre.

14. Résous les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 3x+1=y-5 \\ 2y-3=x+2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3(x-5)=2y+7 \\ 8x+4=-3(y-6) \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x+5y-2=5x+8y-6 \\ 3y+2x-9=3x+y-8 \end{cases}$

Indication : remettre les équations sous la forme : $ax+by=c$.

15. Résous le système

$\begin{cases} x-\sqrt{2}\,y+\ \ =0 \\ 3\sqrt{2}x+2y=24 \end{cases}$

16. 1) Deux nombres A et B ont pour somme 37. Pour différence 5 et A est plus grand que B. Calcule ces deux nombres.

2) Deux nombres C et D vérifient les équations suivantes : $C+D=35$; $C^2-D^2=185$.

a) Après avoir factorisé C^2-D^2 ; Calcule $C-D$.

b) En déduis les nombres C et D.

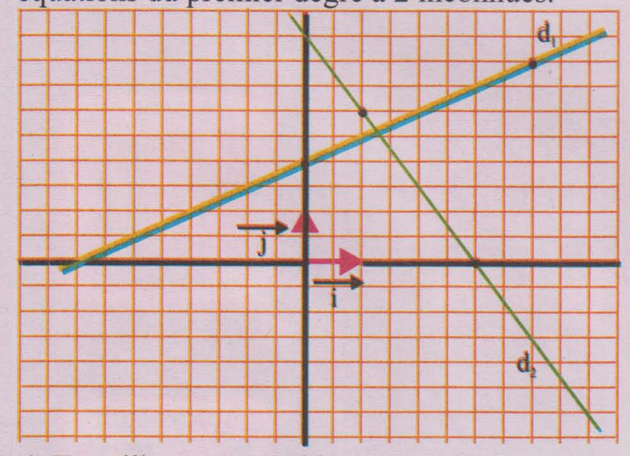
17. Dans chacun des cas suivants :

a) $\begin{cases} y=2x-5 \\ 2y=-3x+10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y=-x+4 \\ y=2x+12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+2y=-6 \\ 2x-y=10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x+y=15 \\ 2x-y=0 \end{cases}$

1. Interprète graphiquement le système proposé, justifie l'unicité de la solution.
2. Résous algébriquement le système
3. Compare la solution exacte obtenue par le calcul à la solution déterminée graphiquement.

18. La figure ci-dessous correspond à l'interprétation graphique d'un système (S) de deux équations du premier degré à 2 inconnues.



a) En utilisant ce graphique donne approximativement la solution de ce système.

b) Trouve les équations du système sachant que d_1 passe par les points A(0 ;2) et B(4 ;4) et que d_2 passe par les points E(3 ;0) et F(1 ;3).

c) Résous le système par le calcul.

19. On considère le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{50}{37}x-450=y & \rightarrow 1 \\ 12{,}5x-320=y & \rightarrow 2 \end{cases}$$

a) Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère du plan en choisissant
   - Sur l'axe des abscisses 1cm pour 10unités
   - Sur l'axe des ordonnés 1cm pour 100 unités

Trace la droite d_1 qui représente les solutions de l'équation (1) en plaçant les abscisses 0 ; 37 ; 74.
Trace la droite d_2 qui représente les solutions de l'équation (2) en plaçant les points 0 ; 20 et 40.

b) Détermine graphiquement une estimation de la solution du système.

c) A l'aide de la calculatrice, trouve une solution approchée par le calcul.

20. a) interprète graphiquement le système

$\begin{cases} 7x-3{,}5y=10{,}5 \\ 4x-2y=5 \end{cases}$

b) ce système a-t-il une solution ?

Mise en équation

21. Les logos placés les uns aux dessous des autres, 22 boites de hauteur 7 cm ou 11 cm forment une pile de 2,06m.
Calcule le nombre de boîtes de chaque sorte.

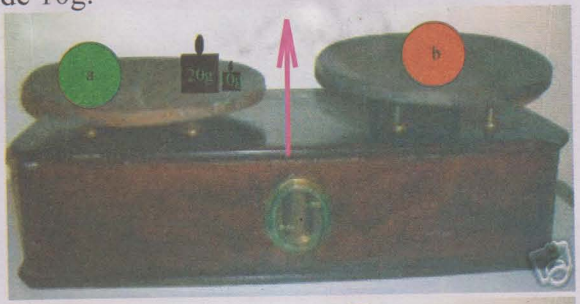
22. La somme de deux nombres entiers a et b est égale à 125. dans la division euclidienne de a par b, le quotient est 7 et le reste13.

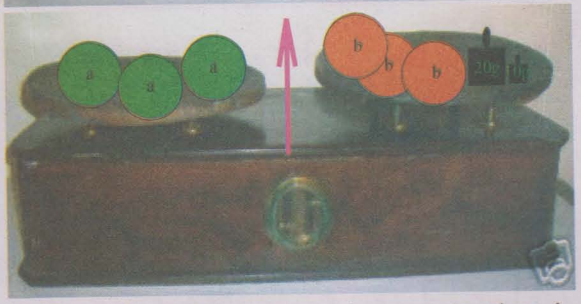
a) Traduis, ces deux informations par deux systèmes d'équations d'inconnues a et b.

b) Trouve les deux nombres et vérifie en posant la division.

23. Une fermière vend 3 canards et 4 poulets pour 7030 UM.
Un canard et un poulet valent ensemble 2070 UM.
Détermine le prix d'un poulet et celui d'un canard.

24. Deux schémas représentent deux équilibres d'une même balance sur les plateaux de laquelle se trouvent des pommes de masse a (en g) et des oranges de masse b (en g) et des masses de 20g et de 10g.





a) Ecris deux équations qui correspondent à ces deux équilibres. Justifie brièvement.

b) Résous ce système

$$\begin{cases} -a + b = 30 \\ 3a - 2b = 30 \end{cases}$$

afin de déterminer la masse d'une pomme et celle d'une orange.

25. Enfin Physique & chimie

Une masse de $25cm^3$ d'un alliage or- argent est égale à 442,5g.

- la masse $1cm^3$ d'or est égale à 19,5g
- la masse $1cm^3$ d'argent est égale à 10,5g.

On désigne par x le volume de l'or et y le volume d'argent qui composent cet alliage (ces volumes sont exprimées en cm^3)

a) Calcule x et y.

b) En déduis la masse de l'or et celle de l'argent.

c) Donne le pourcentage d'or dans l'alliage

- En volume
- En masse

26. Chameaux ou dromadaires

Dans une caravane, il y a des chameaux et des dromadaires.
Si on triplait le nombre de chameaux
Si on doublait le nombre de dromadaire,
Il y aurait 172 bosses.
Trouve le nombre de chameaux et le nombre de dromadaires de cette caravane.

27. « Si on fait passer **…** élèves de $4^{ème}$ AS1 en $4^{ème}$AS2, les deux classes auront le même effectif.
Si on fait passer… élèves de $4^{ème}$ AS2 en $4^{ème}$ AS1
Il y aura … fois plus d'élèves de $4^{ème}$ AS1 qu'en $4^{ème}$ AS2. »
Voici une mise en équation de la situation décrite ci-dessus :
Soit x le nombre d'élèves de $4^{ème}$ AS1
Soit y le nombre d'élèves de $4^{ème}$ AS2

$$\begin{cases} x - 3 = y + 3 \\ x + 6 = -2(y - 6) \end{cases}$$

a) Observe cette mise en équation, puis complète la description de la situation en reportant les nombres qui manquent.

b) Détermine le nombre d'élèves de chaque classe.

28. Un grand père dit à son petit fils, aujourd'hui ; mon âge est le triple du tien et quand tu auras mon âge nous aurons ensemble 128 ans.
Quel est l'âge du patriarche?

29. Deux cyclistes tournent à vitesse constante sur la piste circulaire d'un vélodrome.
Quand ils roulent en sens inverse, ils se croisent toutes les 10 secondes.
Quand ils roulent dans le même sens, l'un dépasse l'autre toutes les 170 secondes.
La longueur de la piste est égale à 170 m.
Trouve la vitesse de chaque cycliste.

30. Système d'inéquations

Représente graphiquement l'ensemble des solutions de chacun des systèmes :

a) $\begin{cases} y > 2 \\ x > 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y < x + 1 \\ 2y > -x + 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y < x \\ x > -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x > 1 \\ y > x \\ y < 3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x + y + 4 > 0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - 2y > 4 \\ x + 2y < -2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 5x + y - 15 < 0 \\ 5x + 7y - 35 < 0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 3x + y - 5 < 0 \\ -3x - 5y + 15 > 0 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y < -2x + 6 \end{cases}$ j) $\begin{cases} y < 3 \\ x > -2 \\ y > 2x - 1 \end{cases}$

Module d'intégration 2

Chapitres 5 6 7

Chapitres / Compétences : 5.1 ; 6.2. ; 7. 1

Avec tout ce que tu as appris, et en particulier dans les trois derniers chapitres, tu peux résoudre des problèmes de la vie de tous les jours, dont voici quelques situations- problèmes.

Situation 1

Lecture de l'énoncé

Dans une revue scientifique, Oumar, élève en $4^{ème}$ AS a remarqué la situation suivante :
Le carré ci-contre (carré.1) est un carré magique c'est -à- dire que la somme des nombres en ligne, en colonne et en diagonale est la même, soit S cette somme.
Aide Oumar à :
1) Exprime S en fonction de x et y, puis complète toutes les cases du carré.
2) Le carré ci-contre (carré.2) est construit sur le même modèle que le carré précédent.
Calcule la somme de ce carré magique, puis complète ce carré.

x - 2	x + 2		x + 2
y - 2	x + 3	x + 4	
x + 5	y - 6	x + 8	
	x		

Carré. 1

		0	
	7		

Carré. 2

Situation 2

Vraisemblance des résultats

Lors d'un voyage de son maître, un jeune apprenti, maçon, est confronté à la situation suivante : Tracer les lignes directrices pour la construction d'un escalier pour le vieux Hamadi âgé de 70 ans.
Les dimensions d'un escalier sont idéales, lorsque la somme de la longueur d'une marche ℓ et du double de sa hauteur $2x$ est égale à la longueur moyenne d'un pas : 63 cm.
Aide-le à :

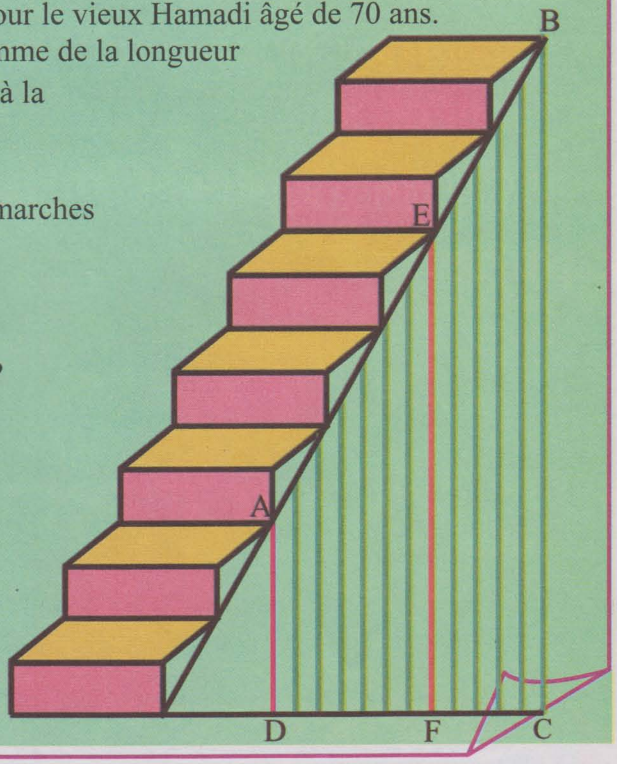
a) Exprimer en fonction de x (en cm) la longueur ℓ des marches d'un tel escalier.

b) Trouver ℓ pour x = 15 cm.

c) Trouver x pour ℓ = 40 cm.

d) Entre quelles valeurs possibles sont comprises x et ℓ ?

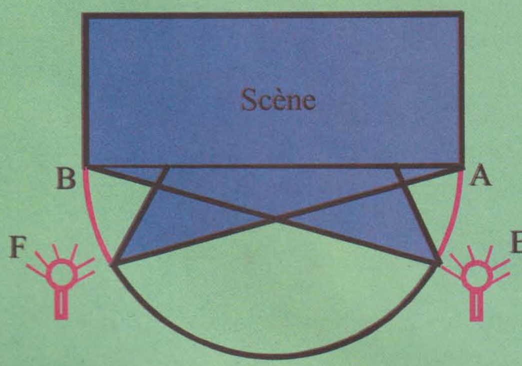
Il veut aussi mettre une grille au bas de l'escalier pour l'enclos des moutons.
On donne AD = 0,30 m ; BC = 1,2 m.
Les barres verticales perpendiculaires au bord [DC] sont régulièrement espacées.
Aide-le à trouver la longueur de la base [EF] (avec un dessin sur papier)
Indication *trace la parallèle à (DC) passant par A.*



Situation 3

Choix des outils

On désigne par [AB] le bord de la scène d'un théatre situé du côte des spéctateurs.
La longueur de [AB] est 10 m.
Un électicien veut éclairer la scène de ce théatre par deux projecteurs positionnés en E et F sur un demic-cercle de diamètre [AB], de telle façon que les longueurs de chacun des arcs $\overset{\frown}{AE}$ et $\overset{\frown}{BF}$ soient égales à 3,14 m.
Aide l'éléctricien à déterminer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{EF}$, puis de donner l'angle au centre interceptant cet arc.



Situation 4

Apprentissage du raisonnement

La commune de notre département veut se connecter à l'Iternet, l'agence commerciale de Mauritel lui propose le choix entre deux tarifs mensuels :

- Un forfait de 1500 UM et 200 UM par heure de connexion

ou bien

- Un forfait de 1300 UM et 200 UM par heure de connexion.

On désigne par x (en heures) la durée mensuelle des connexions.
Aide cette commune à
a) Exprimer les sommes mensuelles à payer.
b) Illustrer graphiquement cette situation.
c) Comparer les deux tarifs pour une période située entre 0 à 5heures.

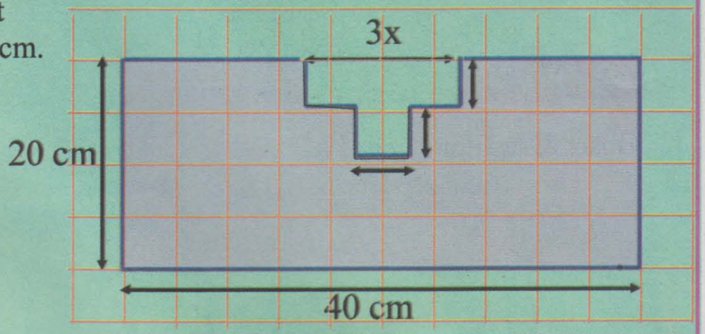
Entraînement à l'évaluation

Situation a

Une pièce métallique a la forme d'un prisme droit dont les arêtes latérales ont pour longueur l = 250 cm. L'une des bases est représentée par la figure ci-contre

a) Exprime en fonction de x l'aire de bases B et le volume V de cette pièce.

b) Calcule le volume V pour x = 5 cm ; pour x = 2,5 cm et pour $x = \frac{9}{5}$ cm.



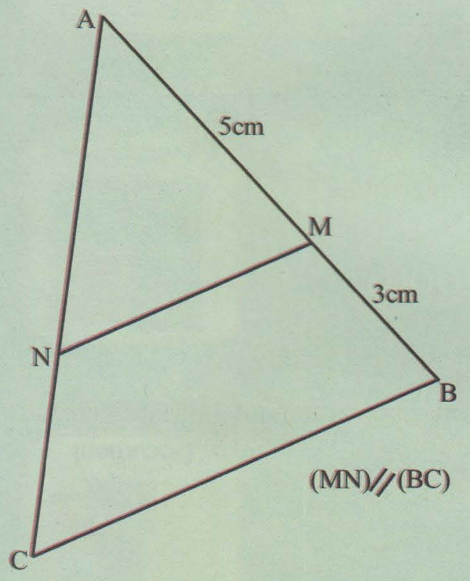
Situation b

A l'occasion de la fête de l'union du Maghreb Arabe (UMA) Mohamed et Diallo étant deux élèves de 4ème AS, sont chargés entre autres de reproduire le drapeau tunisien sur des feuilles format A3.
Après concertation les deux élèves sont arrivés à construire la figure ci-contre.
Reproduis cette figure.
Le croissant étant construit, explique la méthode de Construction de l'étoile avec précision.
Calcule la longueur de l'arc intérieur du croissant, sachant que la distance OA = 7 cm.

9 Propriété de Thalès

Je me souviens

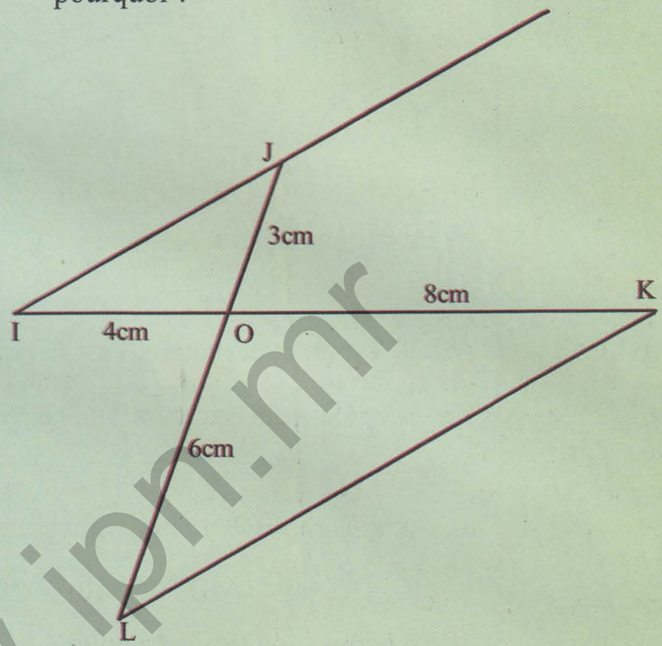
1. Observe la figure et complète-la :



$$\frac{AM}{AB} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{5}{...}$$

$$\frac{AC}{AN} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{5}$$

2. Les droites (IJ) et (KL) sont-elles parallèles pourquoi ?



Je vais plus loin

Activité 1 :

ABC est un triangle ;

a) Construis les points M et N tels que :

$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

b) Compare les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{MN}$

c) Complète : $\overrightarrow{MN} = ... \times \overrightarrow{BC}$

Activité 2 :

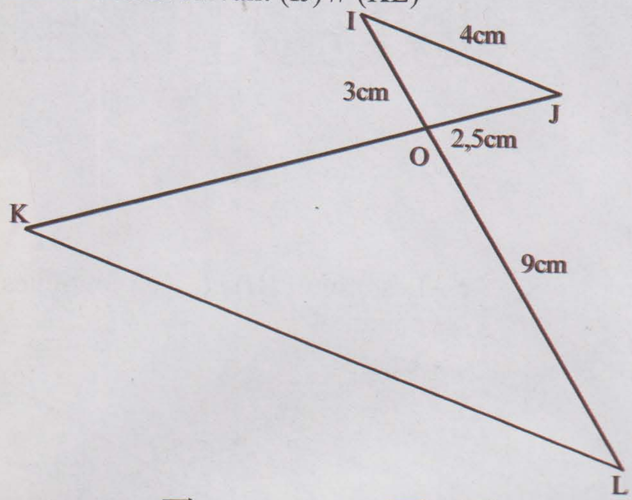
ABC est un triangle tel que AB = 6cm ; AC = 8cm ; BC = 10cm.
I est un point de la demi-droite [AB) tel que AI = 9 cm.
J est un point de la demi-droite [AC) tel que (IJ)∥(BC).

a) Ecris $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.

b) En déduis $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.

Activité 3 :

Sur le dessin suivant (IJ) // (KL)



a) Exprime $\overrightarrow{OI}$ en fonction de $\overrightarrow{OL}$; $\overrightarrow{OJ}$ en fonction de $\overrightarrow{OK}$.

b) En déduis $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{KL}$.

Activité 4 :

ABCD est un quadrilatère, I est le point de concours des diagonales de ce quadrilatère.

Les longueurs des vecteurs $\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{ID}$ sont respectivement 3 cm ; 4 cm ; 7,5 cm ; 10 cm.

a) Complète avec le nombre qui convient :

$\overrightarrow{IC} = \ldots \times \overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{ID} = \ldots \times \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{CD} = \ldots \times \overrightarrow{AB}$.

b) En déduis que le quadrilatère ABCD est un trapèze.

Je retiens

1. Propriété de Thalès énoncée avec les vecteurs

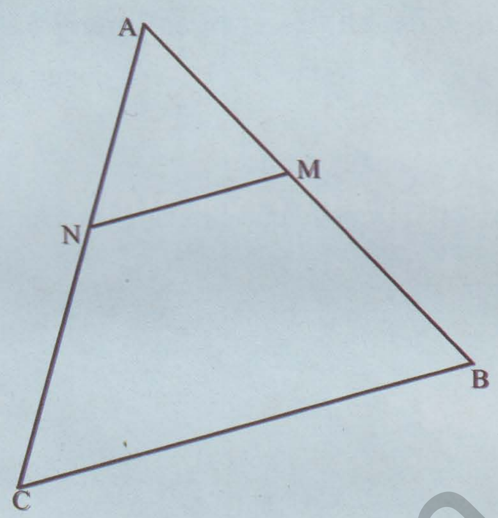
ABC un triangle ; M et N deux points du plan.

Si $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$ (Propriété directe deThalès)

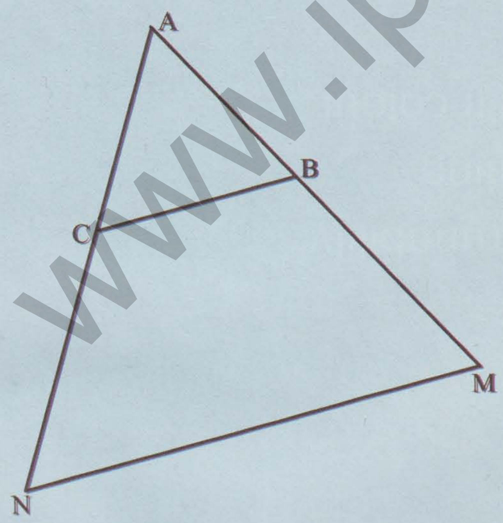
Si $\overrightarrow{AM} = k'\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = k'\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = k'\overrightarrow{BC}$ (Propriété réciproque de Thalès)

On peut distinguer trois cas possibles :

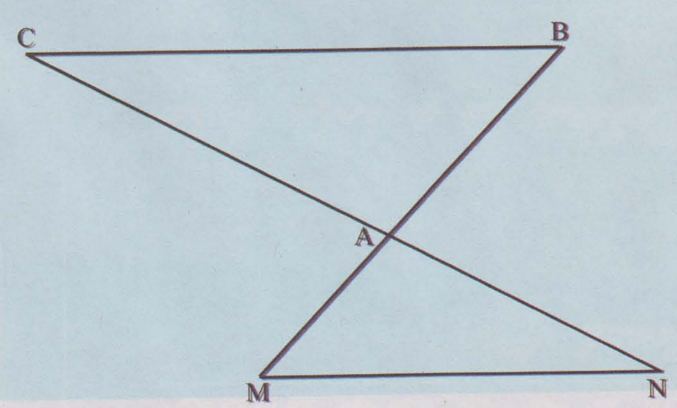
a) $\mathbf{0 < k < 1}$



b) $\mathbf{k > 1}$



c) $\mathbf{k < 0}$



Je sais faire

1. Construire des points à l'aide d'une égalité vectorielle

Exercice 1: ABC est un triangle.

a) Place les points M sur (AB) et N sur (AC) tels que $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

b) Complète : $\overrightarrow{AM} = ... \times \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = ... \times \overrightarrow{AC}$

2. Utiliser la propriété réciproque de Thalès et la colinéarité de vecteurs

Exercice 2: Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{I} ; \vec{J})$ on donne les points :
A(0 ;-2), B(4 ;0), C(6 ;7), D(-2 ;3), I(2 ;1).

a) Calcule les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{IC}$, $\overrightarrow{ID}$.

b) Sans calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ montre que ces deux vecteurs sont colinéaires.

c) Complète : $\overrightarrow{CD} = ... \times \overrightarrow{AB}$

Exercice 3: ABC est un triangle :

a) Construis les points E et F tels que :

$$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

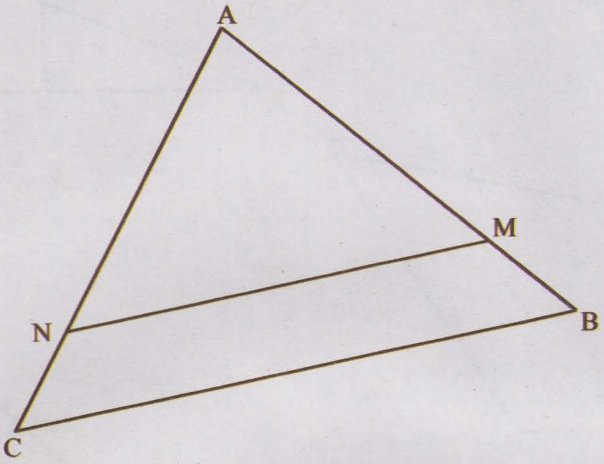
b) Cite sur la figure trois couples de vecteurs colinéaires.

c) Ecris la propriété de Thalès relative à cette configuration.

CORRECTION

1. M est sur (AB) ; N est sur (AC)

$\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} \Rightarrow (MN) // (BC) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$



2. $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}0-2\\-2-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix}4-2\\0-2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}6-2\\7-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ID}\begin{pmatrix}-2-2\\3-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ID}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$

On peut remarquer que : $\overrightarrow{IC} = -2\times\overrightarrow{IA}$
$\overrightarrow{ID} = -2\times\overrightarrow{IB}$

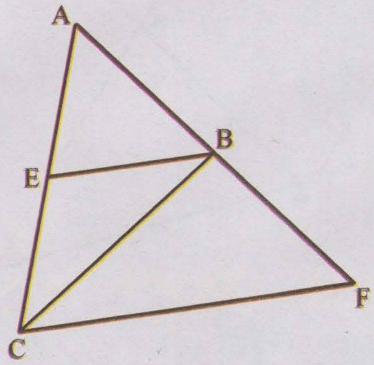
d'où $\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} \Rightarrow (CD)//(AB)$;

$\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{CD}{AB} = -2 \Rightarrow \overrightarrow{CD} = -2\times\overrightarrow{AB}$.

Pour vérifier on peut calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

3. a) Construction

b) $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires
$\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
$\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont colinéaires ; en effet E est le milieu de [AC] ; B est le milieu de [AF].



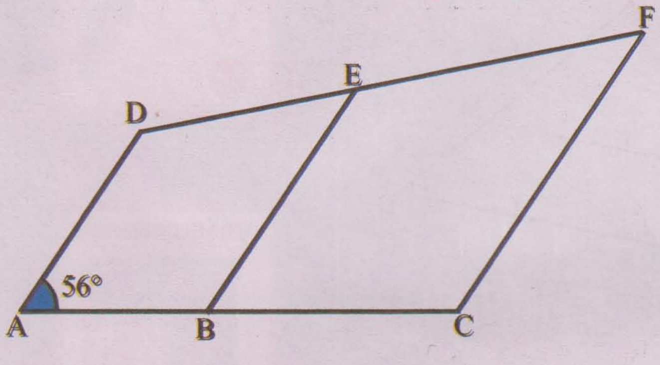
c) $(EB)//(CF) \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{CF}$

Ou encore $\overrightarrow{EB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CF} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{CF}$

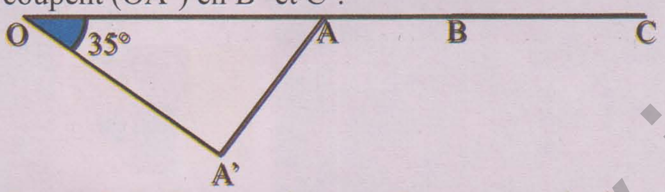
Je m'exerce

Projection d'une division régulière

1. Sur la figure ci-dessous, [AD], [BE] et [CF] sont parallèles.
AB = 2,7 cm et BC = 3,6 cm.
Construis la figure, puis calcule $\frac{DE}{DF}$, $\frac{DF}{EF}$ et $\frac{EF}{DF}$



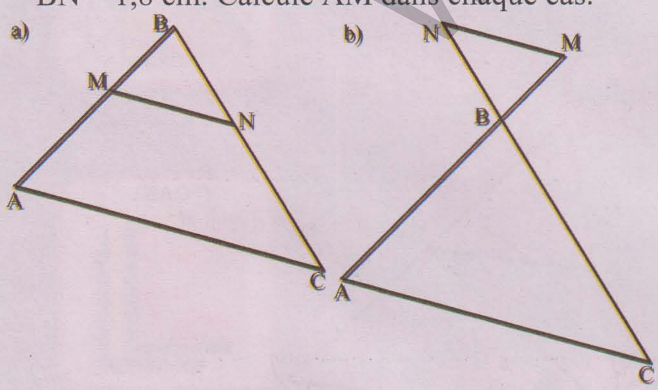
2. Sur la figure qui suit, OA = 4,2 cm, , AB = 1,8 cm, BC = 2,7 cm et OA' = 3,3 cm. Les parallèles à (AA') qui passent respectivement par B et C coupent (OA') en B' et C'.



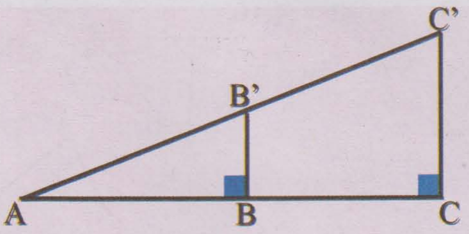
Construis la figure en la complétant, puis calcule OB' et OC'.

Théorème de Thalès : cas du triangle

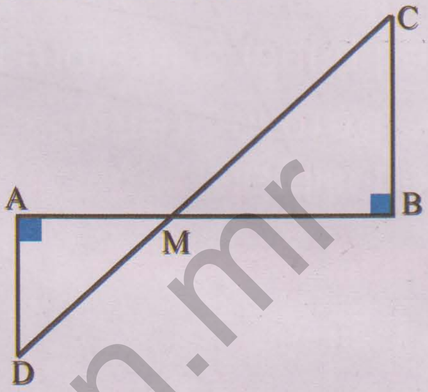
3. Dans chacune des figures ci-dessous, (MN) est parallèle à (AC), AB = 3,6 cm, BC = 4,5 cm et BN = 1,8 cm. Calcule AM dans chaque cas.



4. Sur la figure ci-contre AB = 3cm, BC = 2,4 cm et AC' = 6 cm.
Calcule AB' et B'C'.



5. Sur la figure ci-dessous: AB = 5 cm, MB = 3 cm et MC = 4 cm.
Calcule MD et CD.



Construction d'une quatrième proportionnelle

6. Construis avec la règle et le compas un segment de longueur d telle que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dans chacun des cas suivants :

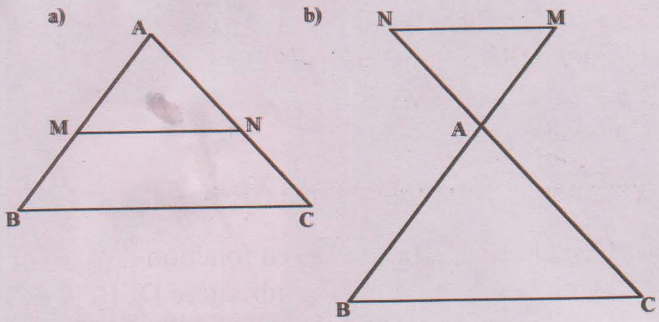
a) a = 4 cm ; b = 5 cm ; c = 3 cm
b) a = 3,5 cm ; b = 4,2 cm ; c = 2,5 cm
c) a = 5 cm ; b = 2 cm ; c = 3,5 cm

Partager un segment dans un rapport donné

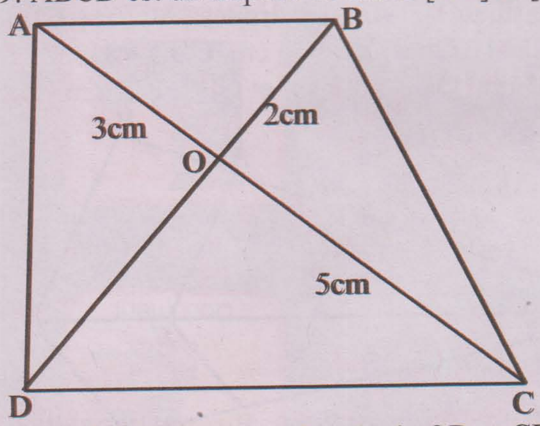
7. Marque deux points A et B sur une droite (d). avec la règle non graduée et le compas, construis, un point C intérieur au segment [AB] tel que $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{5}$.

Triangles homothétiques

8. Dans chacune de ces deux figures, AB = 4,5 cm , AC = 5 cm, BC = 6 cm et AM = 2,5 cm.
(MN) est parallèle à (BC).
Calcule AN et MN dans chaque cas.



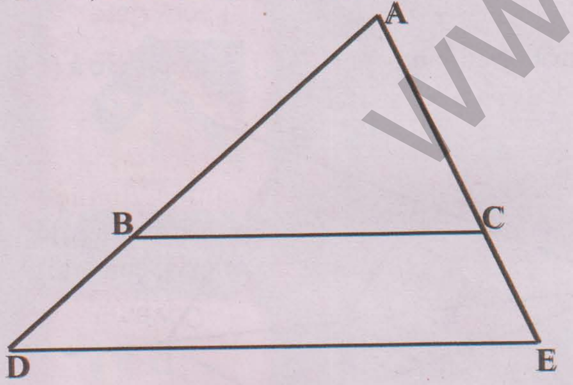
9. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].



Reproduis la figure, puis calcule OD et CD.

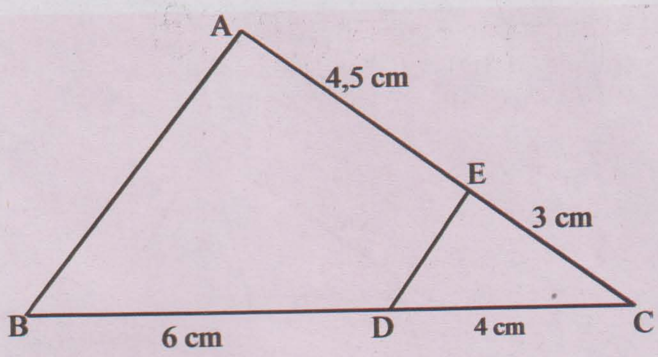
La réciproque du théorème de Thalès

10. Sur cette figure, AB = 4,4 cm ; AD = 6,6 cm ; AC = 3,2 cm et AE = 4,8 cm.

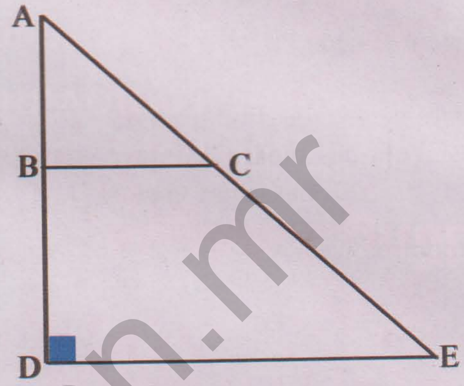


Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

11. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.



12. Sur la figure qui suit , AB = 2 cm, BD = 2,6 cm, AC = 3 cm et CE = 3,9 cm.



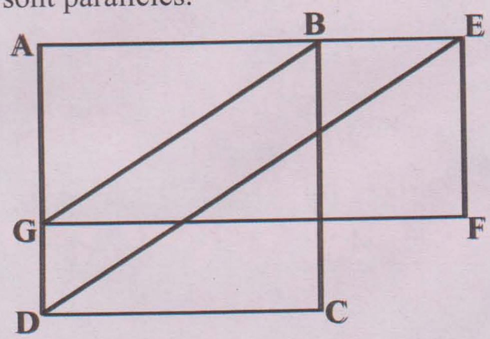
Démontre que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Exercices de recherches et problèmes

13. Dans un triangle ABC, M est le milieu de [BC]. La parallèle à [BC] qui passe par B' coupe (AM) en M' et (AC) en C'. Démontre que $\frac{B'M'}{BM} = \frac{M'C'}{MC}$.

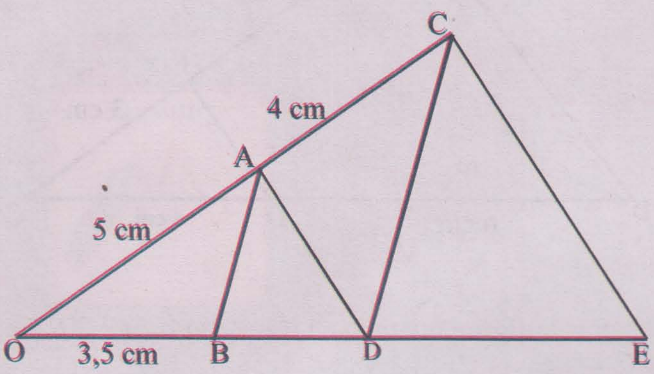
Déduis-en que M'est le milieu de [B'C'].

14. ABCD et AEFG sont deux rectangles. A, B et E sont alignés ; A, G et D sont alignés ;(BG) et (ED) sont parallèles.



Fais cette figure, puis démontre que les deux rectangles ont la même aire.

15. Sur la figure qui suit, (AB) et (CD) sont parallèles, (AD) et (CE) le sont aussi.



Calcule les longueurs BD et DE.

16. Soit G le centre de gravité d'un triangle ABC. La parallèle à (AC) qui passe par G coupe (AB) en B'. La parallèle à (BC) qui passe par G coupe (AB) en A'. Démontre que AA' = $\frac{2}{3}$ AB et BB' = $\frac{2}{3}$ AB. Déduis-en que AB' = B'A' = A'B.

17. Dans un triangle ABC, la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe (BC) en I et la parallèle à (AB) qui passe par C en D. Démontre que la triangle ACD est isocèle en C puis démontre que $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$.

18. ABCD est un parallélogramme tel que AB = 6,3 cm et AD = 5,1 cm. F est le point de [AB] tel que AF = 2,1 cm. Les droites (AD) et (FC) se coupent en E. Calcule AE et DE.

19. ABCD est un parallélogramme.
Une droite passant par D coupe les droites (AB), (BC) et (AC) respectivement en M, N et I.

a) Compare les nombres $\frac{IM}{ID}$; $\frac{IA}{IC}$ et $\frac{ID}{IN}$.

b) Démontre que : $ID^2 = IM \times IN$.

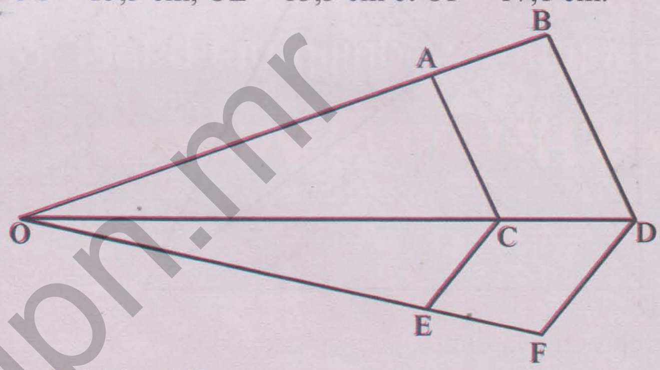
20. Dans un triangle ABC, AB = 8 cm et AC = 10 cm. D est le point de [AC] tel que AD = 6 cm. La parallèle à (AB) qui passe par D coupe (BC) en E. La parallèle à (BC) qui passe par D
Coupe (AB) en F.
On pose BC = a.

a) Calcule DE et montre que CE = $\frac{2}{5}$ a.

b) Calcule BF. Exprime BE en fonction de a.

c) Quelle est la nature du quadrilatère DEBF ? Quelles valeur doit-on donner à a si on veut que DEBF soit un rectangle ?

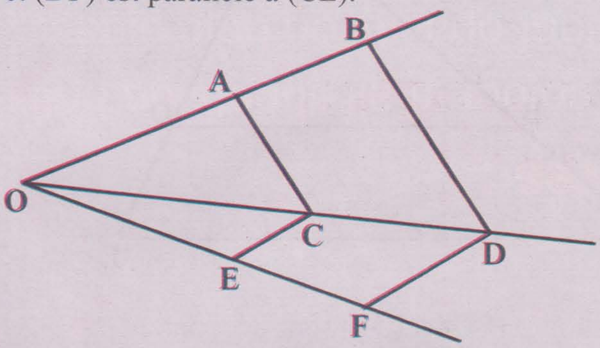
21. Sur la figure qui suit, les droites (AC) et (BD) sont parallèles. On a OA = 14 cm, OB = 18 cm, OC = 15,3 cm, OE = 13,3 cm et OF = 17,1 cm.



a) Calcule OD.

b) Les droites (EC) et (DF) sont-elles parallèles? Justifie ta réponse.

22. Sur la figure qui suit, (AC) est parallèle à (BD) et (DF) est parallèle à (CE).

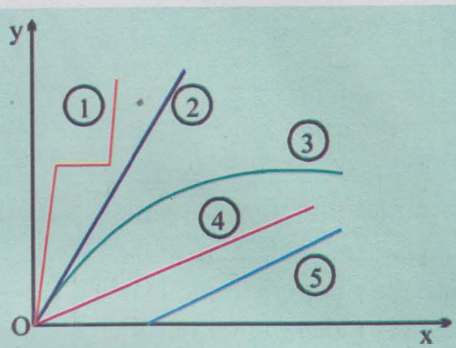


Les droites (AE) et (BF) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

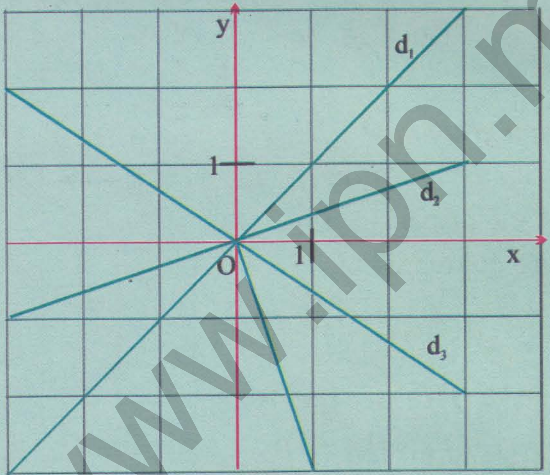
10 Fonctions affines 1

Je me souviens

1. Sur les cinq graphiques ci-contre, quelles sont ceux qui traduisent le même type de fonctions ?
De quel type de fonctions parle-t-on ?



2. a) Donne les coefficients directeurs de chacune des droite d_1 ; d_2 ; d_3 ; et d_4.



b) Ecris les expressions algébriques des fonctions f_1 ; f_2 ; f_3 et f_4 représentées respectivement par les droites d_1 ; d_2 ; d_3 ; et d_4.

Je vais plus loin

Activité 1 :

Voici une facture de la consommation en électricité.

a) Quel est le montant hors taxe de la facture pour une consommation de 200 KWh ? 400 KWh ? 563 KWh ?

b) Combien de KWh a-t-on consommé si le montant hors taxe de la facture s'élève à 3000 UM ? à 6000 UM ? à 1500UM ?

c) On désigne par x le nombre de KWh consommés.
Exprime le procédé de calcul qui permet de trouver le prix total H.T en fonction de x.

Facture d'électricité

abonnement prix H.T	consommation en KWh	prix unitaire H.T	total H.T abon. + consom.
1182		60	
	200	→	...
	400	→	...
	563	→	...
	...	→	3000
	...	→	6000
	...	→	1500
	x	→	...

Activité 2 :

La guétna

On peut acheter des dattes en les cueillant à la palmeraie.

Elle coûtent 800 UM le kilogramme et le panier de cueillette coûte 75 UM.

a) Recopie et complète le tableau de calcul du prix total dans le cas où le client prend un seul panier.

Poids des dattes en (kg)	1	0,5	1,5	2	2,5
Prix des dattes en (UM)	800				
Prix du panier (UM)	75				
Prix total					

b) Parmi les fonctions suivantes, laquelle correspond au calcul du prix total ?

$x \longmapsto 800x$; $x \longmapsto 800x + 75$; $x \longmapsto (800 + 75)x$

On appelle f la fonction telle que : $x \longmapsto 800x + 75$.

x_1 et x_2 étant deux nombres quelconques, montre qu'il existe une relation simple entre $f(x_2) - f(x_1)$ et $x_2 - x_1$

c) Sidi cueille x_1 kg de dattes et Oumar x_2 kg.

Le palmier dit « Mr. Oumar vous avez cueilli 0,7 kg de plus que Mr. Sidi ».

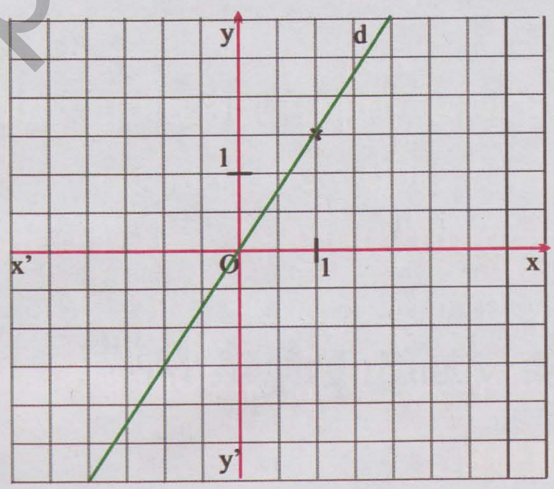
En utilisant le calcul du b, dis combien Oumar a dépensé de plus que Sidi.

Activité 3 :

Représentation graphique

On considère la fonction affine f telle que : $x \longmapsto 1,5x - 2$

Trace un repère d'origine O et trace la droite d qui représente la fonction linéaire g telle que $x \longmapsto 1,5x$.



Place les points O' ; A ; A' ; B et B' tels que : O'(0 ; f(0)) ; A (1 ; g(1)) ; A'(1 ; f(1)) ; B(3 ; g(3)) ; B'(3 ; f(3)).

Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OO'}$; $\overrightarrow{AA'}$; $\overrightarrow{BB'}$. Qu'observe-t-on ?

Prouve que M'(x ; f(x)) est l'image du point M(x ; g(x)) par la translation de vecteur $\vec{v}(0 ; -2)$.

En déduis que la représentation graphique de f est une droite.

Définis cette droite avec précision.

Activité 4 :

Masse idéale

La masse idéale (kg) d'un individu est donnée en fonction de sa taille t(cm) par les expressions suivantes pour $100 \leq t \leq 220$:

$H(t) = (t - 100) - (\frac{t - 150}{4})$ pour un homme.

et $F(t) = (t - 100) - (\frac{t - 150}{2})$ pour une femme.

1. Montre que H et F sont des fonctions affines.
2. Trace les représentations graphiques des fonctions H et F dans un repère d'unité :
   - 1 cm pour 20 cm en abscisse ;
   - 1 cm pour 10 kg en ordonnée.
3. Calcule la taille de l'homme et de la femme qui aurait la même masse idéale.

   Vérifie le résultat sur le graphique.
4. a) Place sur le graphique le point correspondant à votre taille et à votre masse, puis mesure l'écart qui vous sépare éventuellement de la masse idéale.

   b) Même question pour un athlète de haut niveau mesurant 195 cm et ayant une masse de 110 kg.

Je retiens

1. Fonction affine

Définition

a et b étant deux nombres réels, la fonction : $x \longmapsto ax + b$ qui au nombre réel x associe le nombre réel ax + b, s'appelle une **fonction affine.**

Exemple : la fonction définie par $x \longmapsto -2x + 4$ est une fonction affine (a = -2 ; b = 4).
On a : $f(0) = (-2 \times 0) + 4 = 4$; $f(2,5) = (-2 \times 2,5) + 4 = -5 + 4 = -1$.

Notation et vocabulaire

Dans la pratique, une fonction affine est souvent désignée par ***f*** (ou ***g*** ; ***h***…) et on note :
$f : x \longmapsto ax + b$ ce qui se traduit par :'' Soit *f la fonction affine définie sur IR par f(x) = ax + b* ''.

Cas particulier

- La fonction linéaire $x \longmapsto ax$ est aussi affine car on peut écrire ax = ax + 0 ; ici b = 0
- La fonction constante $x \longmapsto b$ est une fonction affine, car on peut écrire b = 0x + b ici a = 0.

2. Sens de variation

soit une fonction affine *f* définie par $f(x) = ax + b$:

- si a > 0, la fonction est croissante ;
- si a < 0, la fonction est décroissante ;

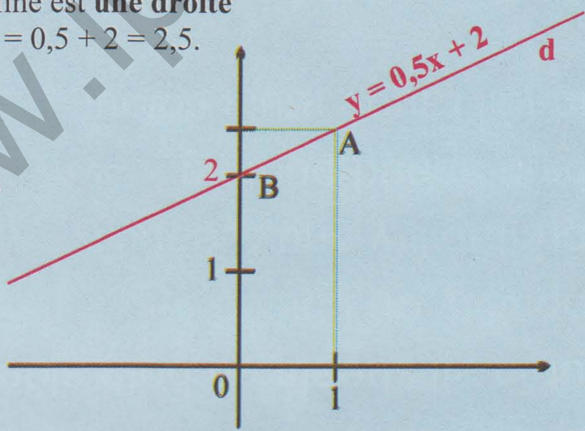
Exemple : $f(x) = 3x - 1$, (a = 3) a positif, donc la fonction est croissante.
$f(x) = -0,5x + 6$, (a = -0,5) a négatif, donc la fonction est décroissante.

3. Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction affine est **une droite**

Exemple : $x \longmapsto 0,5x + 2$; $f(0) = 2$; $f(1) = 0,5 + 2 = 2,5$.

La représentation graphique de la fonction *f* est la droite d d'équation : y = 0,5x + 2 ; elle passe par les points A(1 ; 2,5) , B(0 ;2).
0,5 est le coefficient directeur de la droite (d) d'équation y = 0,5x + 2 ;
2 est **l'ordonnée à l'origine** de la droite (d) d'équation y = 0,5x + **2**



Remarque : il n' y a plus de proportionnalité entre les grandeurs x et y.