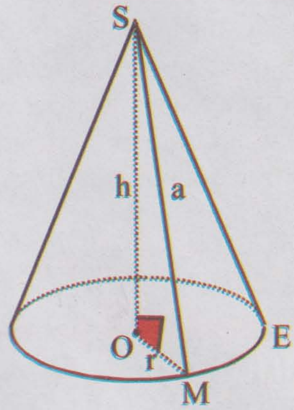
Activité 4 :

Aire et volume du cône de révolution

Le solide représenté ci-contre est un cône de révolution.
Sa base est un disque de centre O et de rayon 3cm.
S est le sommet, la droite (SO) est perpendiculaire à tous les rayons [OM].
[SO] est la hauteur du cône, elle mesure 4cm.



a) Dessine en vraie grandeur, le triangle SOM, puis calcule SM.

b) A quelle distance de S se trouvent tous les points du cercle de base ?

c) Calcule la mesure exacte de l'aire $\mathcal{A}_B$ du disque de base.

d) Détermine la mesure exacte du volume du cône, sachant que :

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_B \times h$, puis trouve son arrondi à $0{,}1\text{cm}^3$.

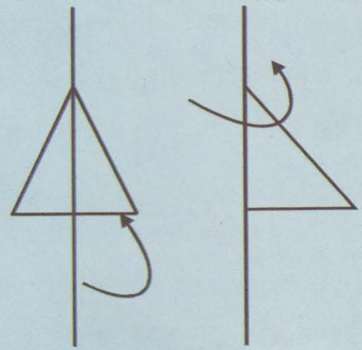
d) Trouve l'aire latérale.

Je retiens

1. Cône de révolution

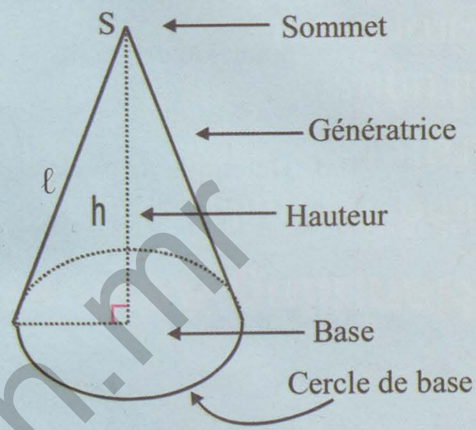
Un cône de révolution est un solide obtenu :

- soit en faisant tourner un triangle isocèle autour d'un axe de symétrie
- soit en faisant tourner un triangle rectangle autour d'une droite qui porte un des côtés de l'angle droit.



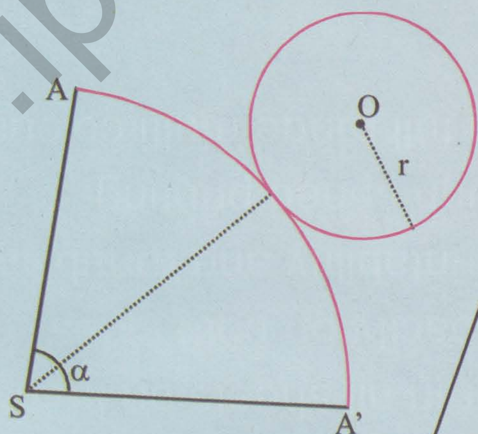
2. Représentation en perspective cavalière

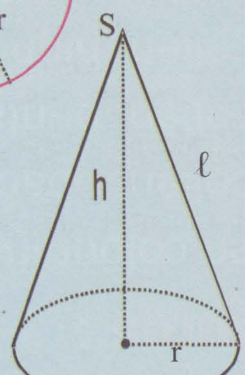
La base d'un cône de révolution est un disque ; son axe est la hauteur du cône.
La hauteur d'un cône de révolution est la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.



3. Patron d'un cône

Le patron d'un cône de révolution se compose d'un disque et d'un secteur de disque.
Le disque est la base du cône.
Le secteur est la surface latérale, il a pour rayon, la longueur de la génératrice.
et un angle α tel que la longueur de l'arc qui le borde est le périmètre du disque de base.
Sur un patron, la surface latérale est un secteur circulaire de rayon : $\ell = \sqrt{r^2 + h^2}$.
La longueur de l'arc $\overset{\frown}{AA'}$ est égale à la longueur du cercle de base.





4. Formules

Aires :

$\mathscr{A}_L$ aire latérale est $\mathscr{A}_L = \pi\ell \times r$.

$\mathscr{A}_B$ aire de base est $\mathscr{A}_B = \pi r^2$.

$\mathscr{A}_T$ aire latérale est $\mathscr{A}_T = \mathscr{A}_L + \mathscr{A}_B = \pi r(\ell + r)$

Volume:

Le volume d'un cône de révolution est le tiers de l'aire de la base par la hauteur.

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3}\mathscr{B} \times \mathbf{h}$$

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h.$$

Je sais faire

1. Représenter en perspective un cône de révolution

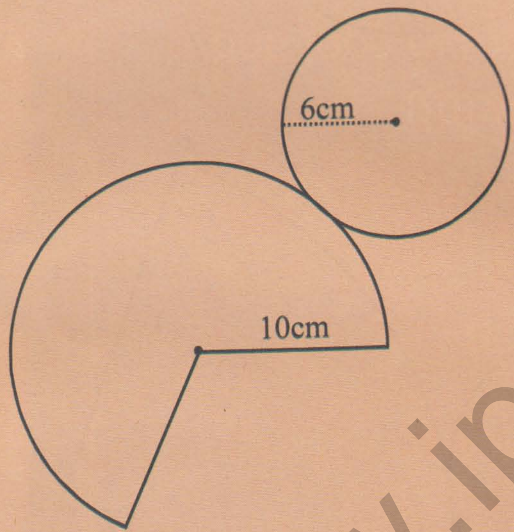
Exercice 1: Représente en perspective un cône de révolution de hauteur SO égale à 4,8cm.

2. Réaliser le patron d'un cône

Exercice 2: Construis le patron d'un cône de révolution dont la hauteur est 5cm et dont le rayon de la base est 2cm.

3. Représenter en perspective un cône à partir de son patron

Exercice 3: Représente le cône dont le patron est donné ci-dessous avec l'échelle $\frac{1}{4}$.



4. Calculer les éléments métriques d'un cône

Exercice 4 : On donne un cône de révolution : r = 3cm et h = 4cm.

a) Calcule la valeur exacte de l'aire de base.

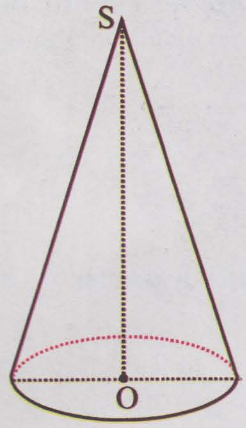
b) Détermine le volume $\mathscr{V}$ de ce cône.

c) Calcule l'aire latérale du cône.

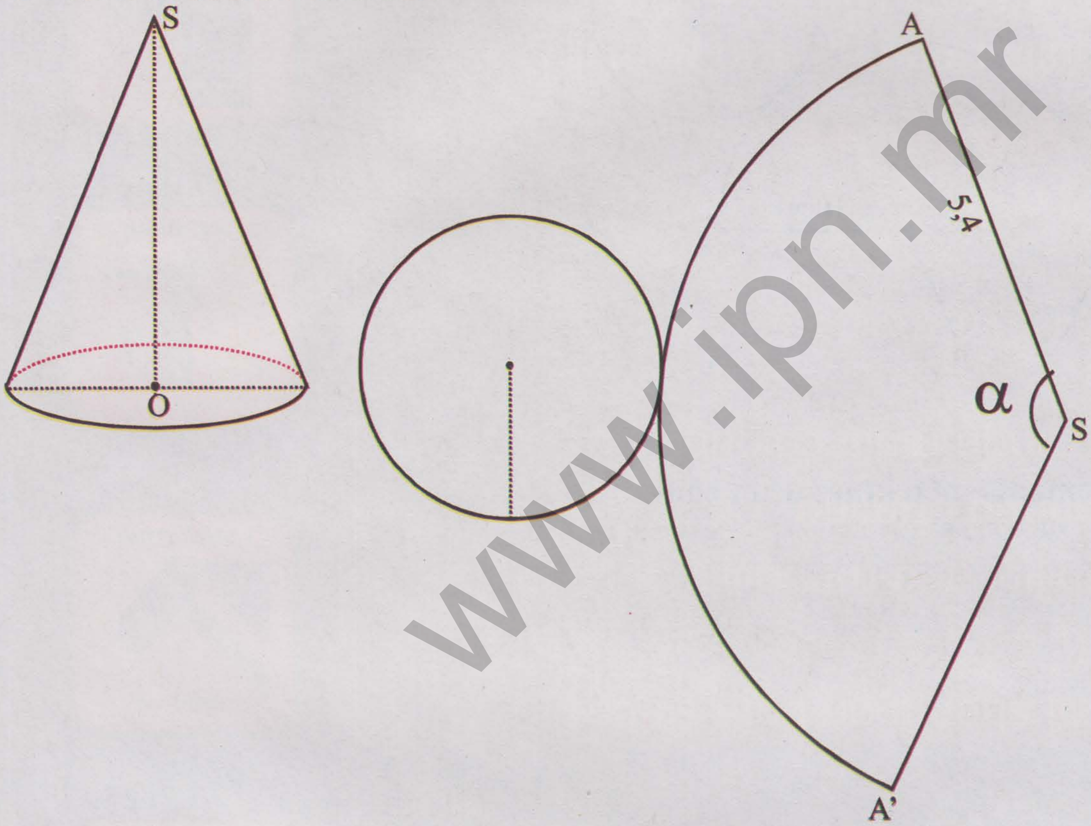
d) Calcule l'aire totale du cône.

CORRECTION

1. Voici la construction demandée :



2. Voici la construction demandée



a) Calcul de SA.
   Le triangle SOA est rectangle en O.
   D'après Pythagore :
   $SA^2 = SO^2 + OA^2 = 25 + 4 = 29$
   $SA = \sqrt{29}$; $SA \approx 5,4$

b) Calcul de α
   $\dfrac{\alpha}{2\pi \times 2} = \dfrac{360°}{2\pi \times SA}$;
   D'où $\alpha = 360 \times \dfrac{2}{SA}$;
   $\alpha \approx 134°$

3. Dans le triangle rectangle OAS, on a

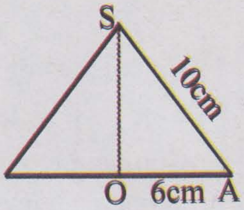
$SA^2 = SO^2 + OA^2$

Donc $OS = \sqrt{SA^2 - OA^2}$

On sait que SA = 1 0cm ;

OA = 6cm

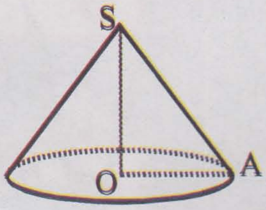
$OS = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8cm$



Distances à l'échelle :

OS = 2cm ; SA = 2,5cm ; OA = 1,5cm.

Par conséquent, on donne la représentation suivante :



4. Calcul des aires et du volume

$\mathscr{A}_{\mathbf{B}} = \pi r^2 = \pi\ 3^2 = 9\pi\ cm^2$

$\mathscr{V} - \frac{1}{3}\ \mathscr{A}_{\mathbf{B}} \times h \quad = \frac{1}{3} 9\pi \times 4 = = 12\pi\ cm^2.$

$\mathscr{A}_{\mathbf{L}} = \pi\ \ell \ \times\ r$

$\ell = \sqrt{r^2 + h^2}$

$\mathscr{A}_{\mathbf{L}} = \pi \sqrt{r^2 + h^2} \times r = \pi \sqrt{9 + 16} \times 3$

$= 5 \times 3 \times \pi = 15\ \pi cm^2.$

$\mathscr{A}_{\mathbf{T}} = \mathscr{A}_{\mathbf{B}} + \mathscr{A}_{\mathbf{L}} = 9\pi\ cm^2 + 15\ \pi cm^2 = 34\pi\ cm^2$

Je m'exerce

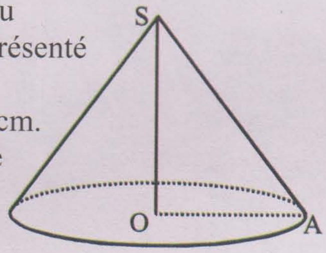
Cône de révolution

1. Dans chaque cas, calcule le volume V d'un cône de révolution de hauteur h, de rayon r ; précise les unités choisies.

a. h = 12 cm ; r = 52 mm.

b. h = 4,5 cm ; r = 80 cm.

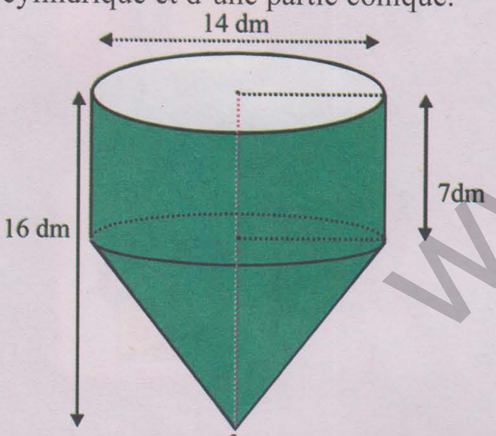
2. Calcule le volume du cône de révolution représenté ci-contre.
SO = 6 cm ; SA = 6,5 cm.
Donne la valeur exacte puis l'arrondi à 0,001 cm^3.



3. a) Quel est le rayon de la base d'un cône de révolution de hauteur 10 cm, de volume égal à 30π cm^3.

b) Quelle est la hauteur d'un cône de révolution dont la base a pour rayon 6 cm et dont le volume est égal à 24π cm^3 ?

4. Un réservoir d'eau est formé d'une partie cylindrique et d'une partie conique.



a. Donne, en dm^3, les volumes exacts des deux parties du réservoir, exprimés avec le nombre π.

b. Donne le volume exact du réservoir, puis sa valeur arrondie à 1dm^3.

c. Le réservoir peut-il contenir 1 000 ℓ?

5. Une presse papiers en verre a la forme d'un cylindre de hauteur 8cm, de diamètre 8 cm.
A l'intérieur, deux cônes de verre bleuté sont superposés.

a) Calcule le volume $\mathscr{V}_1$ du verre coloré.

b) Calcule le volume $\mathscr{V}_2$ du verre transparent

c) Compare le volume $\mathscr{V}_1$ au volume d'un cône de même hauteur et de même diamètre que le cylindre.

6. La même glace au café peut être présentée dans un cône de hauteur 10,5 cm, de diamètre 6 cm ou en forme de pyramide à base carrée de côté 6 cm.
Quelle doit être la hauteur de la pyramide pour que son volume soit égal à celui du cône ?

7. L'unité de longueur est le cm, l'unité d'aire est le cm^2, l'unité de volume est le cm^3.
$\mathscr{V}$ est le volume d'un cône de révolution de hauteur h ; r est le rayon du cercle de base. $\mathscr{B}$ est l'aire de la base.
Reproduis et complète le tableau suivant :

h	r	$\mathscr{B}$	$\mathscr{V}$
8	3		
7,5	4		
	6		24π
10			30π

Donne les valeurs exactes de $\mathscr{B}$ et $\mathscr{V}$ en fonction de π.

8. S est le sommet d'un cône de révolution ; O est le centre du cercle de base et M un point de ce cercle.
SO = 6 cm, SM = 6,5 cm.
Calcule le volume de ce cône (donne la valeur exacte puis l'arrondi au mm^3)

9. Angle au sommet

Un cône de révolution a une hauteur de 6 cm. Le rayon du disque de base est 2,5 cm. On appelle S le sommet du cône et O le centre du cercle de base. M et M' sont deux points diamétralement opposés du cercle de base.

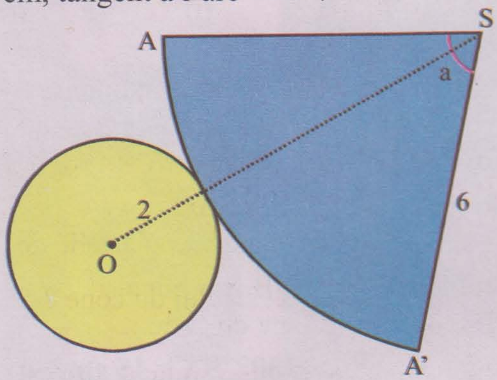
a. Calcule SM.

b. Calcule l'arrondi de $M\hat{S}M'$ à 1°.

Indication : $M\hat{S}M'$ s'appelle l'angle au sommet du cône. On a : $M\hat{S}M' = 2O\hat{S}M'$.

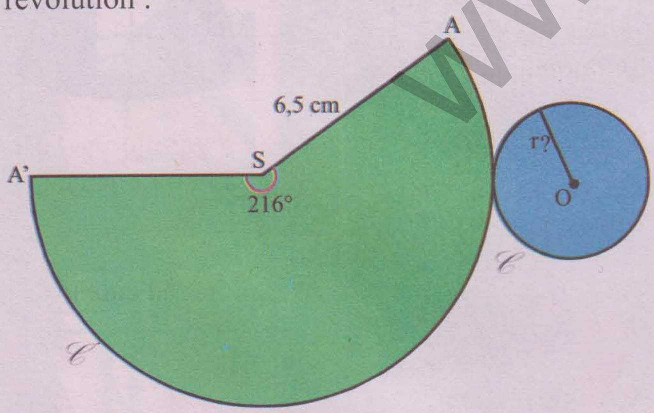
10. Du simple au double
Le rayon du cercle d'un cône de révolution est égal à 3 cm. Les segments qui joignent le sommet aux points du cercle de base mesurent 6 cm. Construis un patron de ce cône.

11. La figure ci-dessous représente un secteur circulaire de rayon 6 cm et un disque de rayon r = 2 cm, tangent à l'arc $\overset{\frown}{AA'}$.



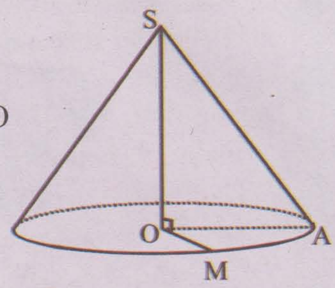
a. On appelle a la mesure de l'angle $A\hat{S}A'$ et ℓ longueur de l'arc $\overset{\frown}{AA'}$ exprimée en cm.
Montre que : $\ell = \dfrac{a}{360} \times 2\pi \times 6$.
b. Pour quelle valeur de a, la figure serait-elle le schéma d'un patron de cône de révolution ? Construis un tel patron avec SA = 6 cm ; r = 2 cm.

12. Voici le schéma d'un patron de cône de révolution :

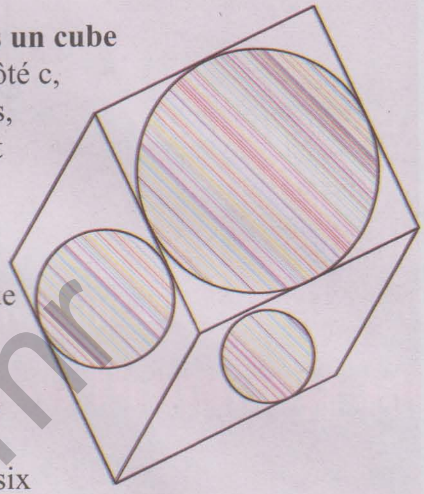


a. Calcule le rayon r du cercle $\mathscr{C}$.
b. Construis le patron en vraie grandeur ;
Découpe et assemble. Fais une figure à main levée pour représenter le cône et porte les données sur le dessin.
c. Calcule la hauteur du cône et son angle au sommet.

Patron d'un cône
13. La figure ci-contre représente un cône de révolution de hauteur SO égale à 4,8 cm.
Le rayon du cercle de base est 3,6 cm.
a. Calcule SA.
b. Construis un patron du cône.

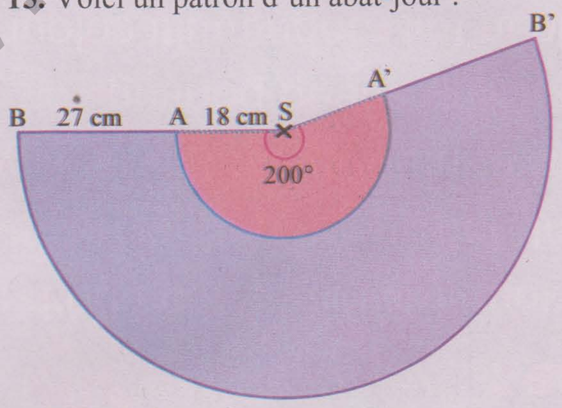


14. Six cônes dans un cube
Dans un cube de côté c, on creuse six cônes, ayant pour sommet commun le centre du cube et pour bases les cercles inscrits dans chaque face du cube.

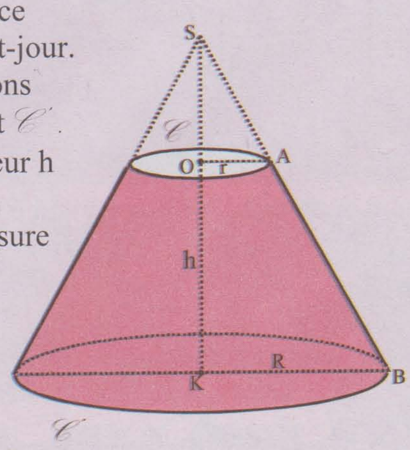


a) Exprime, en fonction de c, le volume restant.
b) Le volume des six cônes représente-t-il plus de la moitié du cube ?

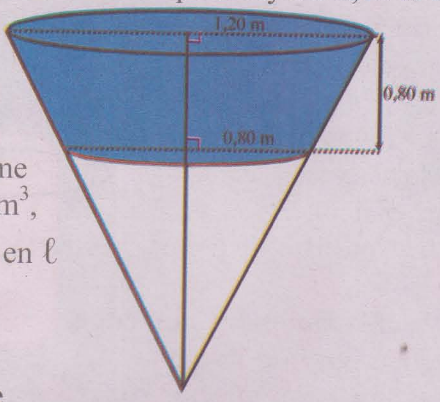
15. Voici un patron d'un abat-jour :



a. Calcule la surface latérale de l'abat-jour.
b. Calcule les rayons des cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.
c. Calcule la hauteur h de l'abat-jour.
d. Calcule une mesure de l'angle $K\hat{S}B$ (cet angle est l'inclinaison de la surface latérale par rapport à la verticale).



16. Un réservoir a la forme d'un tronc de cône. Les cercles de base ont pour rayons 0,80 m et 1,20 m.
La hauteur du réservoir est égale à 0,80 m.
Calcule le volume du réservoir en m^3, puis sa capacité en ℓ



17. Sur la plage

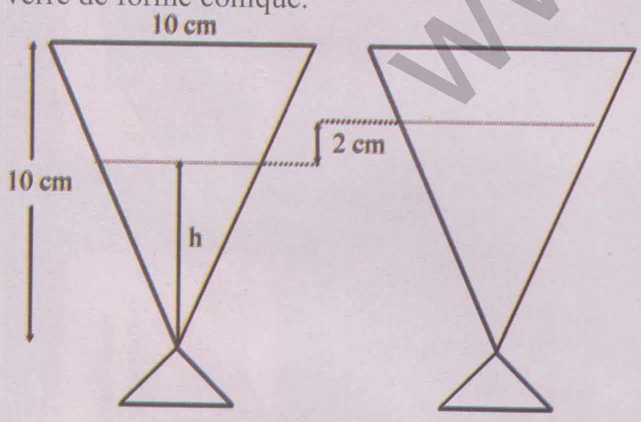
Sur la plage d'une ville côtière, Ahmed achète un cornet de glace qui a la forme d'un cône de révolution.
Celui-ci a une hauteur de 10,5 cm et le diamètre de base est 6 cm. La glace remplit exactement le cornet ; hélas elle fond trop vite, Ahmed la verse dans un verre cylindrique de diamètre 5 cm.
Quelle est la hauteur de la glace dans le verre ?

18. Pyramide et cône

Une pyramide à base carrée et un cône de révolution ont la même hauteur h et le même volume $\mathcal{V}$.
Le rayon du cercle da base du cône est égale à 17 cm. Calcule le côté de base de la pyramide.

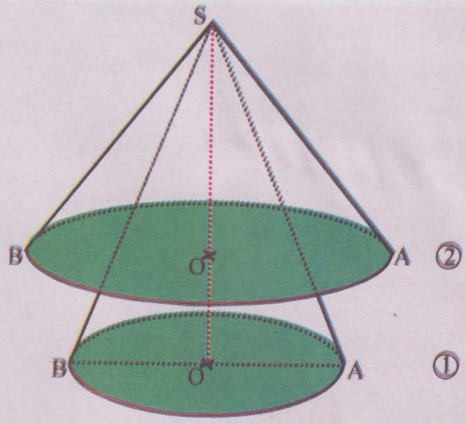
19. La coupe d'une coupe

Les figures ci-dessous représentent en coupe un verre de forme conique.



La hauteur h du liquide étant égale à 6 cm, quel volume de liquide faut-il ajouter pour que la hauteur augmente de 2 cm ?

20. Angle au sommet d'un cône.



A et B sont deux points diamétralement opposés du cercle de base d'un cône de révolution.

1) **On suppose que** : OA = 10 cm ; SA = 15 cm.

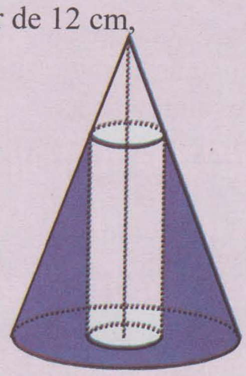
a. Calcule le cosinus de l'angle $\widehat{SAO}$.
En déduis la mesure de cet angle, puis celle de $\widehat{ASO}$ et enfin celle de $\widehat{ASB}$ arrondi à 1°.

b. Calcule SO, puis le volume du cône.

2) On suppose que **$\widehat{ASB}$ = 130°, SA = 15 cm.**
Calcule le volume du cône.
Lequel des deux cônes a le plus grand volume ?

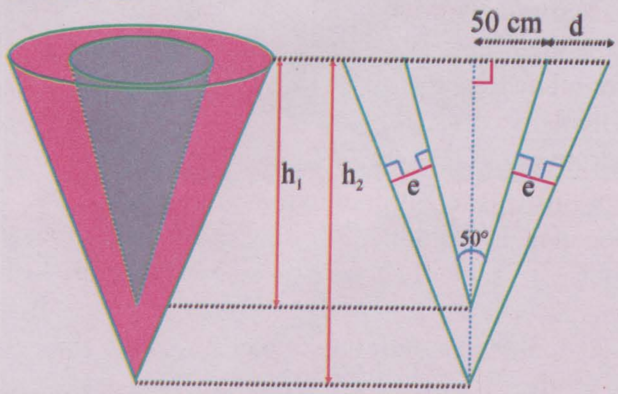
21. On coupe, on creuse

Un cône de bois a une hauteur de 12 cm, un rayon de 4,5 cm.
On coupe ce cône au tiers de sa hauteur par un plan parallèle au plan de sa base et on enlève un cylindre comme le montre la figure ci-contre.
Calcule le volume du solide obtenu.



22. Cônes emboîtés

On veut construire un objet de ciment limité par deux cônes emboîtés comme le montre la figure ci-dessous.



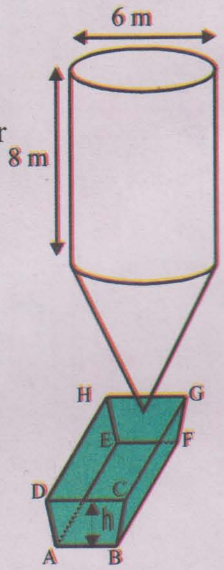
L'épaisseur du ciment e est égale à 8 cm.

a. Calcule h_1

a. Calcule d ; calcule h_2.
b. Calcule le volume $\mathscr{V}$ de ciment nécessaire à la réalisation de cet objet.
c. Calcule l'aire $\mathscr{A}$ de la surface extérieure de cet objet.

23. Le silo

Un silo à grains est formé d'un cylindre et d'un cône de même diamètre : 6 m. La hauteur du cylindre est égale à 8 m. La hauteur totale du silo est égale à 14 m.
Le silo étant plein à ras bord, on remplit des bennes qui ont la forme du prisme droit représenté ci-contre.
Les bases sont des trapèzes.
h = 1,5 m, AB = 2 m, DC = 2,6 m, AE = 4 m.
Combien pourra-t-on remplir de bennes?



24. On désigne par h, R et g respectivement la hauteur, le rayon et la génératrice d'un cône de révolution. Recopie et complète le tableau suivant en justifiant tes calculs :

h(cm)	24	…	10
R(cm)	9	5	…
g(cm)	…	12	15

25. Le développement de la surface latérale d'un cône de révolution est un secteur circulaire de 100° et de 9 cm de rayon. Calcule la hauteur de ce cône.

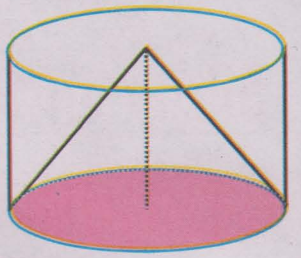
26. On désigne par a la longueur des côtés de la base d'une pyramide régulière à base carrée, par h sa hauteur et par V son volume. Recopie et complète le tableau suivant en justifiant tes calculs :

a(cm)	5	4,5	6	…
h(cm)	12	8,5	…	12
$\mathscr{V}$(cm^3)	…	…	540	400

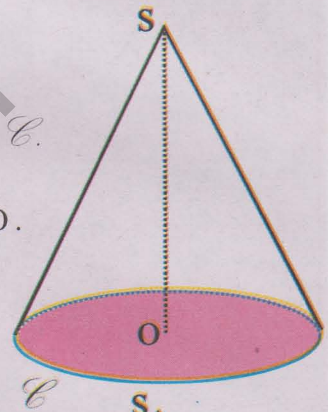
27. On désigne par R le rayon de la base d'un cône de révolution, par h sa hauteur et par V son volume. Recopie et complète le tableau suivant en justifiant tes calculs :

R(cm)	5	8	4	…
h(cm)	9	12	…	7,5
$\mathscr{V}$(cm^3)	…	…	800	600

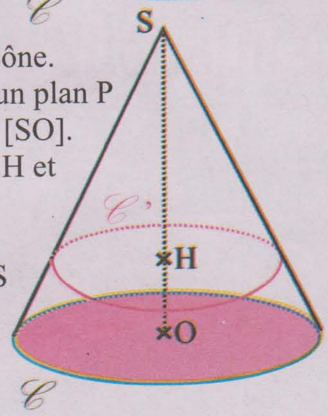
28. Un cône de révolution est inscrit dans un cylindre de révolution de rayon R et de hauteur h.
Compare le volume du cône à celui du cylindre.



29. La hauteur [SO] du cône de révolution ci-contre mesure 4 cm.
Le rayon du cercle $\mathscr{C}$ est 3 cm.
Soit M un point du cercle $\mathscr{C}$.



a) Calcule l'arrondi au dixième de l'angle $\widehat{MSO}$.
b) Calcule SM.
c) Fais un patron de ce cône.
d) Calcule l'aire latérale de ce cône.
e) Calcule le volume du cône.
f) Le cône est coupé par un plan P perpendiculaire à l'axe [SO]. Ce plan coupe [SO] en H et SH = 3 cm.
On obtient un cône de révolution de sommet S dont le cercle de base est le cercle $\mathscr{C}$' de centre H.
Calcule l'aire latérale et le volume de ce cône.



Module d'intégration 4

Chapitres

13;14;15

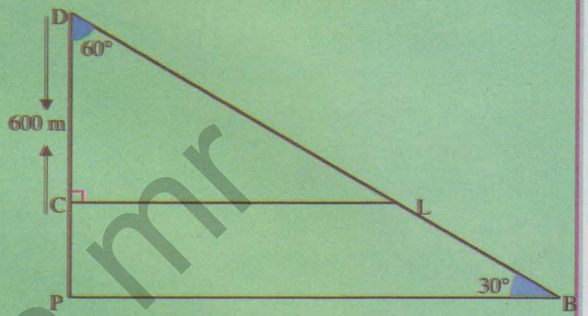
Chapitres / Compétences : 13.2 ; 14.2 ; 15. 4

Avec tout ce que tu as appris, et en particulier dans les trois derniers chapitres, tu peux résoudre des problèmes de la vie de tous les jours, dont voici quelques situations- problèmes.

Situation 1

Lecture de l'énoncé

Le collège, le Lycée et le Dispensaire - du village natal du jeune Abderrahmane, fils du topographe de ce village sont respectivement représentés par les points C ; L et D (voir figure ci-contre).Pour relier ces trois lieux (C ; L ; D) par un réseau de téléphone fixe, il faut calculer les distances :
(CL)Collège – Lycée ; Lycée – Dispensaire (LD).
(donne les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers)
Cette alimentation tire sa source à partir d'un boîtier B situé à $200\sqrt{3}$ m de L sur la parallèle à (CL) passant par un poteau P se trouvant sur la demi-droite [DC) de sorte que : $\widehat{DBP}$ mesure 30°.
Trouve les distances CP (Collège- Poteau) et PB (Poteau -Boîtier)



On donne : $\tan 60° = \sqrt{3}$

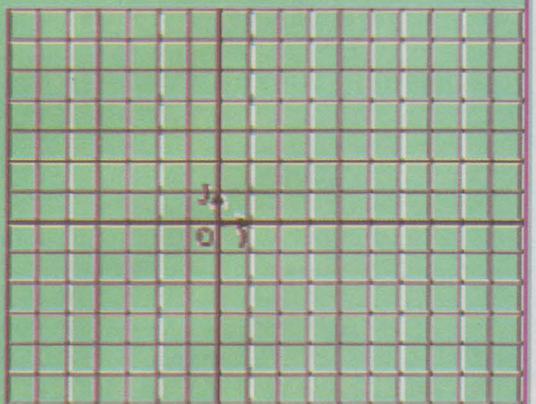
situation2

Vraisemblance des résultats

Sidi élève en 4ème AS doit traiter cet extrait d'un sujet de BEPC.
Dans un repère orthonormal (O, I, J), on considère les points A(-4; 3), B(3; 2) et C(1; -2).
L'unité graphique est le centimètre.

- PARTIE A -

1. Place les points A, B, C dans le repère (O, I, J) ci-contre.
2. a) Calcule AB.
   b) On admet que le calcul donne $AC = \sqrt{50}$ et $BC = \sqrt{20}$.
   Que peut-on en déduire du triangle ABC ?
3. Soit H le milieu du segment [BC]. Vérifier par le calcul que H a pour coordonnées (2; 0).
4. Pourquoi le segment [AH] est-il une hauteur du triangle ABC ?
5. a) Prouve que $AH = 3\sqrt{5}$
   b) Calcule l'aire du triangle ABC.



- PARTIE B -

1. Calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2. Le point D est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
a) Place le point D.
b) Montre par le calcul que D a pour coordonnées (8; -3).
3. Quelle est la nature du quadrilatère ACDB ? Justifier.

Situation3

Choix des outils

Pour des raisons de sécurité alimentaire, la mairie a décidé de construire un silo à céréales à la forme d'un cylindre de révolution accolé à un cône de révolution de même base.
Ce silo doit répondre aux caractéristiques suivantes :

- le disque de base a 10 m de diamètre,
- la hauteur du cylindre 30 m,
- hauteur du cône 10 m.

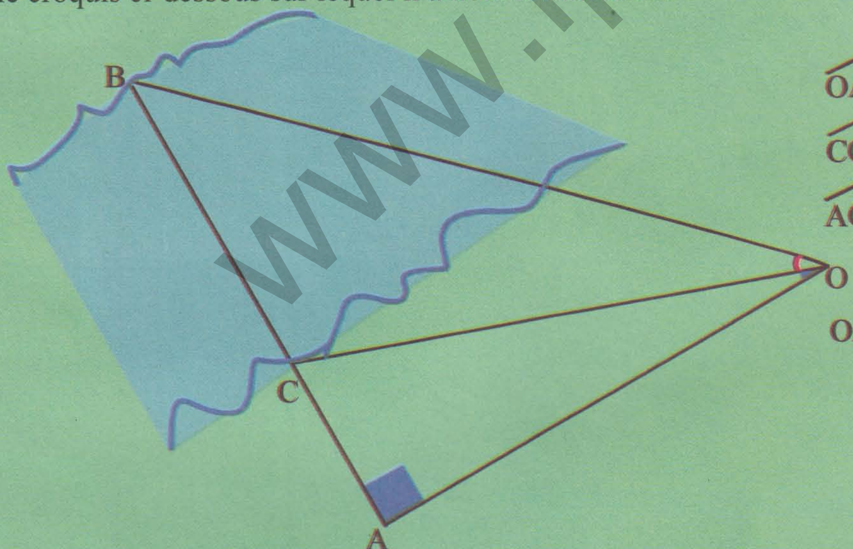
La réalisation de cette construction se fait à partir de feuilles métalliques de type $2,5 \times 0,9 \text{ m}^2$

a) Trouve le nombre minimal de feuilles pour bâtir ce silo.
b) Trouve la capacité exacte de stockage du silo ?
c) Ce silo peut-il contenir 1000 tonnes de céréales ?

Situation4

Apprentissage du raisonnement

Suite aux inondations provoquées par les dernières pluies dans un village de la vallée, une marée s'est formée entre certains quartiers du village.
Les autorités locales ont chargé un topographe d'estimer la largeur de cette marée en vue de construire un pont permettant d'assurer la circulation des individus et des biens entres les différents quartiers du village.
Celui -ci a réalisé un certain nombre de mesures.
Il a dessiné le croquis ci-dessous sur lequel il a noté ses mesures.



$\widehat{OAB} = 90°$

$\widehat{COB} = 37°$

$\widehat{AOC} = 20°$

$OA = 136 \text{ m}$

Aide le topographe à :

- Exprime les longueurs AC et AB en fonction de tan20° et de tan57°.
- Trouve, à 1 m près, une valeur approchée de la largeur BC de cette marée.

Entraînement à l'évaluation

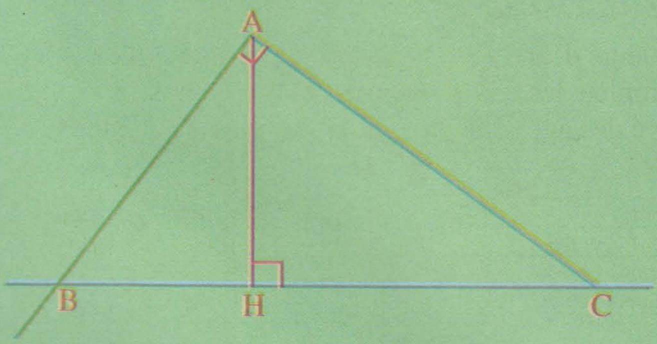
Situation a

Voici un extrait d'un BEPC.

AHC est un triangle rectangle en H. La droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AC) coupe la droite (HC) en B.

On sait que : AH = 4,8 cm et HC = 6,4 cm.

Essaie de répondre aux différentes questions :



1. a) Justifie l'égalité : $\widehat{ACH}=90°-\widehat{HAC}$
   b) Justifie l'égalité : $\widehat{BAH}=90°-\widehat{HAC}$
   c) Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{ACH}$ et $\widehat{HAC}$??
2. a) Montre que. ten$\widehat{ACH}=\frac{3}{4}$
   b) En utilisant le triangle BAH, exprimer tan$\widehat{BAH}$ en fonction de BH.
3. Déduis des questions 1. et 2. que BH = 3,6 cm.
4. Calcule la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{ACH}$

Situation b

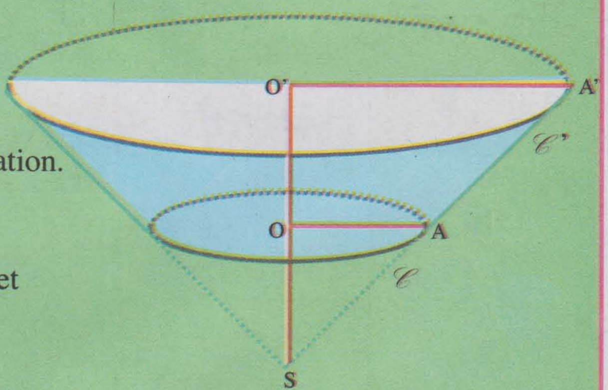
Une ville dispose d'un château d'eau construit depuis les années soixante.

Il a la forme d'un tronc de cône représenté ci-dessous.

Signalons qu'un tronc de cône est la partie d'un cône comprise entre sa base et un plan parallèle à cette base.

On donne : OO' = OA = OS = 5 m.

Suite à la réhabilitation de ce château d'eau,
La ville sera alimentée en eau.
Mais, les techniciens chargés de ce travail n'arrivent pas à surmonter quelques difficultés liées à cette réhabilitation.
Parmi ces difficultés, on cite :



- la détermination de O'A'
- la détermination du volume du cône $\mathscr{C}$ de sommet S et de base le disque de rayon [OA].
- la relation entre le volume de $\mathscr{C}$ et celui de $\mathscr{C}$ ', sachant que $\mathscr{C}$ 'est le cône de sommet S et de base le disque de rayon [O'A'].
- le calcul du volume du château d'eau.

Aide ces techniciens à surmonter ces difficultés.

17 Statistiques

Je me souviens

Les valeurs d'une série statistique sont données dans les 2 tableaux

a) Complète les tableaux, arrondi au 10^{-2} près.

Relevé des âges de 25 élèves d'une classe

Age	13	8	15	16	17
Effectif	2	8	11	3	1
Effectif cumulé					
fréquence					
Fréquences cumulées					

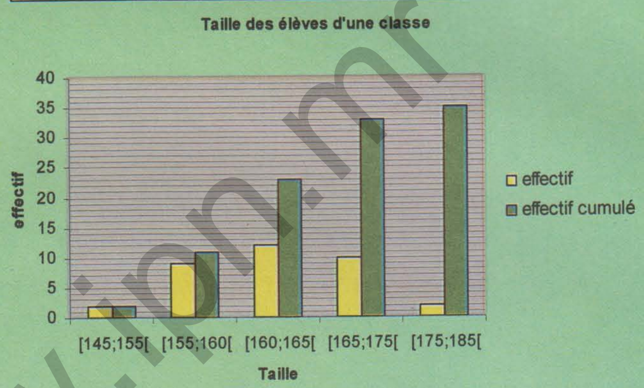
Relevé des tailles de 25 élèves d'une classe.

Taille (cm)	[145 ;155[	[155 ;165[	[165 ;175[	[175-185[
Effectif				
Effectif cumulé				
fréquence				
Fréquences cumulées				

b) Donne dans chaque cas le mode ou la classe modale.

c) Représente les données du 1^er^ tableau par un histogramme identique à celui donné au 2^ème^ tableau.

c) Calcule la moyenne des âges de cette classe.



Je vais plus loin

Activité 1 :

Polygone des fréquences

Lors d'un contrôle de Mathématiques effectué en 4^ème^ AS, de votre collège, chacun des 56 élèves de la classe a obtenu une des huit notes suivantes : 5 ; 8 ; 10 ; 11 ; 13 ; 15 ; 16 ; 18 dont voici le tableau

Notes attribuées	5	8	10	11	13	15	16	18
Effectifs cumulés	3	7	12	17	24	36	50	56

a) Combien d'entre eux ont la note 8 ? la note 10 ? la notez 11 ?

b) A l'aide du tableau des effectifs cumulés, reconstitue le tableau suivant :

Notes attribuées	5	8	10	11	113	15	16	18
Effectifs								
Fréquences								

a) Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note inférieure à 10 ?

b) Trace un diagramme en bâtons, puis joint les sommets des bâtons. On obtient le polygone des effectifs.

c) Quel est le mode ? calcule la moyenne.

d)

Activité 2 :

Education physique

1) Un maître d'éducation physique et sportive décide de séparer ses élèves en plusieurs groupes. Pour cela, il mesure la taille en mètre de ses élèves et trouvé :

1,54	1,53	1,57	1,59	1,54	1,55	1,60	1,63	1,56	1,67
1,61	1,63	1,67	1,69	1,68	1,69	1,70	1,72	1,73	1,64
1,74	1,78	1,55	1,76	1,75	1,79	1,66	1,77	1,67	1,69
1,59	1,76	1,64	1,67	1,69	1,79	1,76	1,59	1,74	1,78
1,73	1,68	1,65	1,71	1,78	1,65	1,57	1,58	1,65	1,54.

Il forme trois groupes :

Le groupe des « petits » formé des élèves dont la taille appartenant à [1,50 ; 1,60[

Le groupe des « moyens » formé des élèves dont la taille appartenant à [1,60 ; 1,70[

Le groupe des « grands » formé des élèves dont la taille appartenant à [1,70 ; 1,80[

On dit qu'on a regroupé les élèves en classes.

a) Organise les donnés sou forme de tableau des effectifs et des fréquences.
   Pour cela : combien d'élèves y -a –t- il dans chaque groupe ?
   Détermine la fréquence de chaque classe.
b) Quelle est l'amplitude des classes ?
c) Quelle est la classe modale ?
d) Représente cette série par un diagramme en bandes ou histogramme, puis le polygone des effectifs en prenant le milieu du sommet de chaque bande.
e) Calcule la moyenne de la série en utilisant les centres de classes (en considérant que dans chaque classe, les valeurs prises sont regroupées au centre de classe).

Activité 3 :

Dans une entreprise, les salaires mensuels se répartissent ainsi,

De 10 000 UM à 15 000 UM ; 60 salariés

De 15 000 UM à 20000 UM ; 25 salariés

De 20 000 UM à 40 000 UM ; 12 salariés

De 40 000 UM à 60 000 UM ; 3 salariés

a) Détermine une estimation du salaire médian de 100 salariés de l'entreprise.
b) Calcule une estimation du salaire moyen des 100 salariés en supposant que le salaire moyen de chaque groupe de salariés est le centre de classe.
c) Détermine le plus petit salaire moyen possible.
d) Détermine le plus grand salaire moyen possible.
e) Le salaire moyen est égal au salaire médian ?
f) Trace un diagramme circulaire correspondant.
g) Trace le polygone des effectifs cumulés.

Activité 4 :

Etat matrimonial

La répartition en (%) des femmes et des hommes par l'état matrimonial actuel selon l'âge est représentée par le tableau suivant :

	femmes				
Groupe d'âge	Célibataire	Mariée	Veuf (ve)	Divorcé(e)	effectif
15-19	72,3	24	0	3,7	1697
20-24	39,6	50,9	0,4	09,1	1467
25-29	20,4	66,5	1,2	11,9	1306
30-34	06,7	75,7	1,7	15,9	1191
35-39	03,9	83,1	2	11	833
40-44	2	73,7	4,6	19,7	774
45- 49	2	76,6	10,7	10,7	459
	Hommes				
15-19	99,5	0,5	0	0	494
20-24	91,9	7,1	0	1	319
25-29	60,3	36,2	0,4	3,2	299
30-34	23,4	71,6	0,2	4,8	258
35-39	13,1	84,4	0	2,5	227
40-44	4	92,7	1,5	1,8	249
45- 49	09	96,7	0	2,4	140
50-54	1,5	94,7	3,7	0	134
55-59	0	96,9	0,3	2,8	71

Source : EDSM Mauritanie 200 -2001 publication ONS et ORC marco.

a) A partir des données du tableau, présente à tes amis l'état des lieux de l'échantillon enquêté en reprenant le tableau avec des effectifs seulement.

b) Donne les pourcentages de l'ensemble de chaque cas (célib- marié- veuf(ve)

c) Quel est le pourcentage des femmes mariées dont l'âge est moins que 30 ans. de même que les hommes ?

d) Dans quelle tranche d'âge se trouve le plus grand nombre de femme divorcées ? donne, si possible, des explications.

e) Dans quelle tranche d'âge se trouve le plus grand nombre de mariés qui divorce ? peux-tu donner une explication ?

Je retiens

1. Le mode ou classe modale

On appelle mode d'une série statistique toute modalité dont l'effectif est maximal.
On appelle classe modale, toute classe représentant un effectif maximal.
Remarque : une série peut avoir deux modes (ou plus).

2. Effectif cumulé

L'effectif cumulé croissant (resp. décroissant) pour une valeur x du caractère est la somme des effectifs correspondant aux valeurs du caractère inférieure ou égale (resp. supérieur ou égales) à cette valeur x.
Remarque : *l'effectif cumulé croissant (resp. décroissant) représente le nombre d'individus dans la population étudiée, dont la valeur du caractère est au plus égale (resp. au moins égale) à la valeur x.*
L'effectif cumulé croissant (resp. décroissant) pour la plus grande valeur (resp. la plus petite valeur) du caractère est égale à l'effectif total.

3. Fréquences cumulées

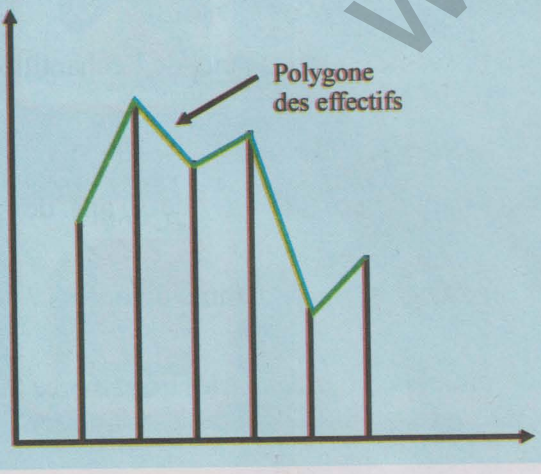
La fréquence cumulée croissante (resp. décroissante) pour une valeur x du caractère est la somme des fréquences correspondantes aux valeurs du caractère inférieures ou égales (resp. supérieures ou égales) à cette valeur x.

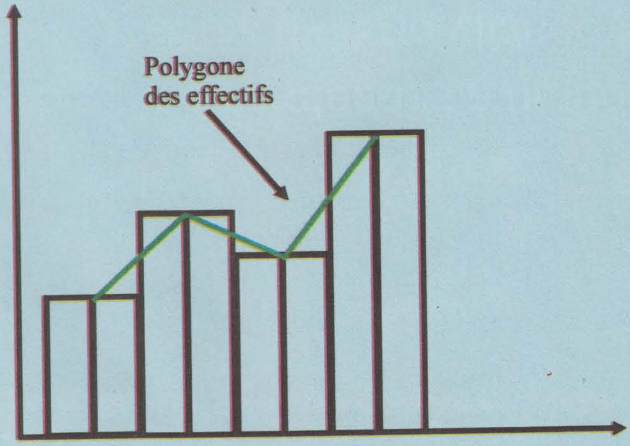
Remarque : *On a aussi fréquence cumulée* $= \dfrac{\text{effectif cumulé}}{\text{effectif total}}$

La fréquence cumulée est un nombre compris entre 0 et 1.
La fréquence cumulée croissante (resp. décroissante) pour la plus grande valeur (resp. la plus petite valeur) du caractère est égale à 1.
On exprime souvent la fréquence cumulée en pourcentage.

4. Polygone des effectifs

Les polygones des effectifs d'une série statistique s'obtiennent en joignant les sommets relatifs aux effectifs.
Le polygone des effectifs d'une série statistique groupée s'obtient en traçant le polygone des effectifs de série des centres associés aux différentes classes.





5. Moyenne d'une série statistique

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de tous les nombres de cette série par son effectif total.

Remarque : si une série se présente sous forme de classes, on admet que toutes les valeurs observées se regroupent au centre de classes.

6. Médiane

Quand une série est ordonnée, il y a autant de valeurs supérieures à la médiane que de valeurs inférieures.

Remarque : *dans le cas d'un nombre pair de valeur, toute variable (valeur) comprise entre ses 2 valeurs est la médiane.*

- On peut obtenir la médiane graphiquement en traçant sur un même repère, les diagrammes des effectifs cumulés croissants et décroissants, la médiane est l'abscisse du point d'intersection.

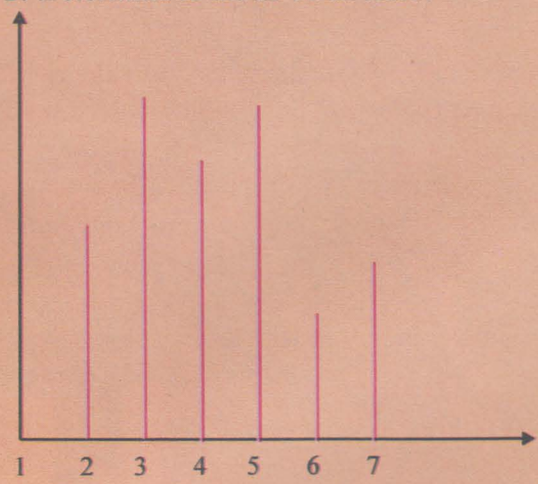
7. L'étendue

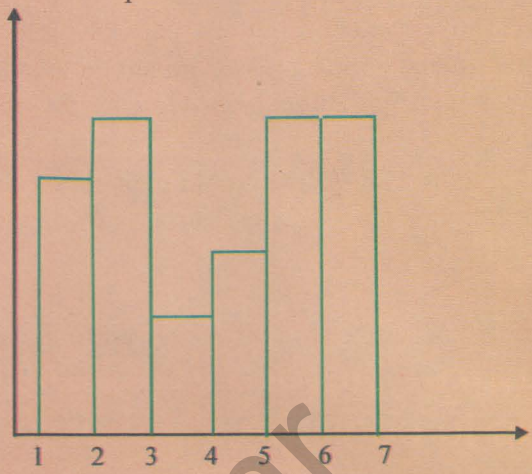
Une étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite de ses valeurs.

Je sais faire

1. Déterminer le mode

Exercice 1: Détermine le mode ou la classe modale des séries représentées ci-dessous :





2. Calculer l'effectif cumulé

Exercice 2: Une épreuve d'examen a donné les résultats indiqués dans le tableau suivant :

Note N sur 40	Effectif	Effectif cumulé croissant	Effectif cumulé décroissant	fréquences cumulées croissantes	fréquences cumulés décroissantes
$0 \leq N < 10$	25				
$10 \leq N < 20$	45				
$20 \leq N < 30$	75				
$30 \leq N < 40$	55				

a) Recopie et complète ce tableau.
b) Représente graphiquement par un histogramme les effectifs cumulés croissants.
c) Représente aussi graphiquement par un histogramme les fréquences cumulées décroissantes.

3. Représenter un polygone des effectifs

Exercice 3: Représente graphiquement le polygone des effectifs relatif au tableau précédent.

4. Calculer la Moyenne

Exercice 4: Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

Calcule la note moyenne de ce groupe.

5. Déterminer la médiane

Exercice 3: Détermine la valeur médiane de la série suivante :

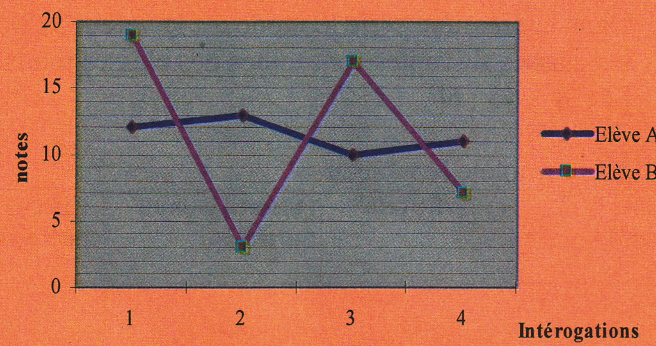
12,1 10,8 10,3 11,8 12,5 10,1 10,6 13,2 11,4 10,5 9,9 11,1 10,8 10,2 12,2

Déterminer l'étendue d'une série

Voici les notes obtenues par deux élèves :

	Int1	Int2	Int3	Int4	moyenne
Elève A	12	13	10	11	…
Elève B	19	3	17	7	…

a) Calcule la moyenne de chacun des deux élèves.
b) Détermine l'étendue de la série de chacun deux.
c) Interprète la représentation ci-contre.



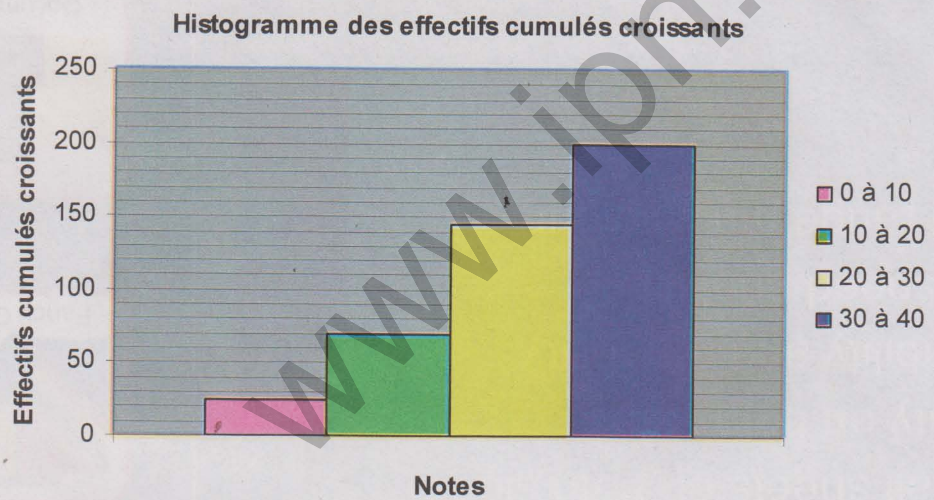
CORRECTION

1. Dans la première série le mode est la valeur 3 ; pour la deuxième, il s'agit d'une série multimodale, les classes suivantes sont toutes des classes modales :
[2 ; 3[, [5 ; 6[, [6 ; 7[.

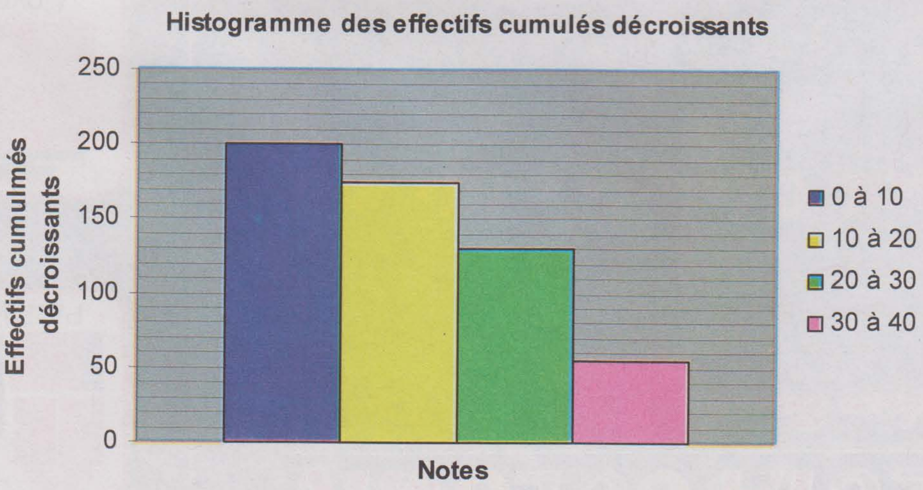
2. a) Je complète le tableau

Note N sur 40	Effectif	Effectif cumulé croissant	Effectif cumulé décroissant	fréquences cumulées croissantes	fréquences cumulés décroissantes
$0 \leq N < 10$	25	25	200	$\frac{25}{200}$	$\frac{200}{200} = 1$
$10 \leq N < 20$	45	70	175	$\frac{70}{200}$	$\frac{175}{200}$
$20 \leq N < 30$	75	145	130	$\frac{145}{200}$	$\frac{130}{200}$
$30 \leq N < 40$	55	200	55	$\frac{200}{200} = 1$	$\frac{55}{200}$

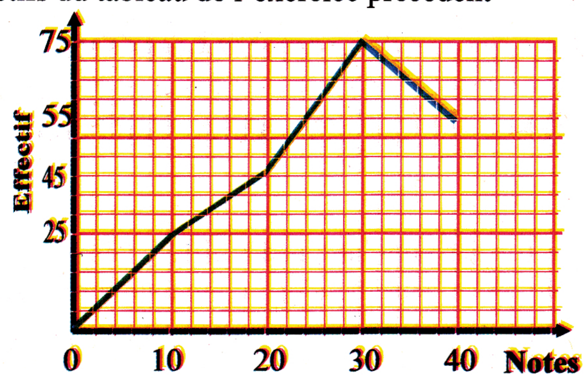
b) Voici la représentation graphique des effectifs cumulés croissants



c) Voici la représentation graphique des effectifs cumulés décroissants



3. Voici le polygone des effectifs du tableau de l'exercice précédent



4. La moyenne de cette série est la somme de toutes notes obtenues divisées par l'effectif total

Elle est égale à : $\dfrac{3\times2+5\times1+6\times4+7\times1+7{,}5\times2+8\times3+9\times2}{15}$

$= \dfrac{99}{15} = 6{,}6.$

5. La médiane est le nombre se trouvant au "milieu" de la série, c'est-à-dire qu'il y a autant d'effectif à droite de ce nombre qu'à gauche.

$$\underbrace{9{,}9 \quad 10{,}1 \quad 10{,}2 \quad 10{,}3 \quad 10{,}5 \quad 10{,}6 \quad 10{,}8}\quad \underset{\substack{\uparrow\\ \text{La médiane}}}{10{,}8} \quad \underbrace{11{,}1 \quad 11{,}4 \quad 11{,}8 \quad 12{,}1 \quad 12{,}2 \quad 12{,}5 \quad 13{,}2}$$

6. a) Voici les moyennes demandées

					moyenne
élève A	12	13	10	11	11,5
élève B	19	3	17	7	11,5

b) L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

- L'étendue de la série des notes de l'élève A est : 13 - 10 = 3.
- L'étendue de la série des notes de l'élève B est : 19 - 3 = 16.

c) Ces deux élèves ont la même moyenne. Pourtant, graphiquement, les notes sont différemment réparties.

On dit que la série de l'élève B est plus dispersée que celle de l'élève A, car les valeurs extrêmes sont plus éloignées.

Activités documentaires relatives aux concepts et aux messages EMP

Situation 1

Le tableau suivant donne les effectifs des populations des différentes wilayas et ceux des médecins dans ces wilayas (les données sont tirées du recensement de la population mauritanienne de 1998).

Wilaya	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif population en milliers	212	159	167	184	192	202	61	63	65	116	33	15
Nombre de médecins	5	4	8	4	4	4	3	5	8	7	1	3

1. Calcule, en moyenne, le nombre d'habitants par médecin. Soit m ce nombre.
2. Représente la droite d'équation $m = \frac{x}{3}$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 20 000 habitants ; en ordonnée 1 cm représente 1 médecin).
   On représente chaque wilaya par un point dont l'abscisse est l'effectif de la population et l'ordonnée est le nombre de médecins y travaillant. Représente dans le repère les différentes wilayas.
3. Quelles sont les wilayas qui sont au dessus de la moyenne et celles qui sont en dessous ?
4. Commenter cette situation.

Situation 2

A l'occasion de l'une des campagnes de vente promotionnelle de la SOMAGZ, un père de familles a constaté qu'il a le choix entre deux modes de consommations d'énergies :

- Utiliser du charbon de bois à raison de 2 kg par jour au prix de 150 UM, il doit acheter un fourneau (foyer amélioré) à 500 UM .
- Utiliser la gaz butane à raison de 2 bonbonnes par mois à 2 200UM et doit acheter une cuisinière à gaz et ses accessoires à 7 000UM et une bonbonne vide à 4 000UM.

1. Calcule le coût de la consommation mensuelle suivant chacun des deux modes.

Soit $f(x)$ la dépense après x mois suivant le premier mode et $\mathbf{g}(x)$ la dépense après x mois suivant le deuxième mode.

2. Donne les expressions de deux fonctions en fonction de x.
3. Représente ces deux fonctions dans un repère (1 cm pour un mois en abscisse et 1 cm pour 100UM en ordonnée).
4. Après combien de mois les deux modes se valent-ils?
   L'investissement premier se justifie-t-il?

D'après le guide d'intégration et de la remédiation de la 4ème AS
IGEN

Je m'exerce

Diagramme en bâtons

1. Voici un tableau qui donne la répartition de la population dans la région du Gorgol :

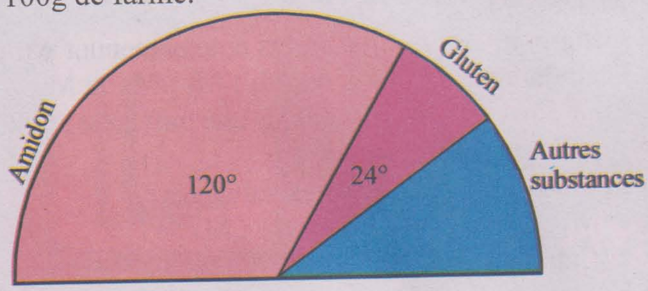
Département	Population en 2000	Fréquence %
Kaédi	107 309	
Maghama	46 743	
M'Bout	65 221	
Monguel	29 707	

a) Calcule la population totale de cette région.
b) Reproduis et complète le tableau.
c) Représente ce tableau par un diagramme en bâtons.
d) Sachant que la superficie et la wilaya de Gorgole est de 13560 km^2.
Quelle est la densité de cette wilaya ?
e) Compare la densité de la population du Gorgol avec celle du Hodh El Ghargui dont la population totale est de 275 288 et de superficie 189 376 km^2.

2. Ali a lancé 50 fois de suite un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6. Il a noté le nombre de sorties de chaque face. Sachant que la face n°3 est sortie deux fois plus souvent que la face n°2.
Reproduis et complète le tableau suivant :

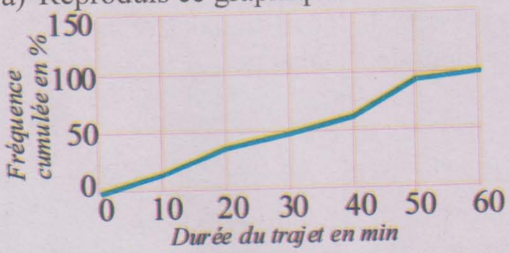
Face	1	2	3	4	5	6
Nombre de sorties	9			6		
fréquence		0,1				0,16

3. Echelles
Le diagramme ci-dessous représente la composition de la farine d'avoine.
Calcule la masse d'autres substances contenues dan 100g de farine.



4. On a demandé aux élèves d'un collège combien de temps ils mettent pour aller de leur domicile au collège.
Le graphique ci-contre indique les fréquences cumulées croissantes des durées.

a) Reproduis ce graphique.



b) Quel est le pourcentage des élèves qui mettent moins de 10min ? moins de 50min ?
c) Quel est le temps maximum mis par 70% des élèves ?
d) Quelle est la durée médiane du trajet d'un élève ?

5. On a relevé les âges des candidats à un concours de recrutement de la société de pétrole ; puis on a dressé le tableau suivant :

Age	[18 ; 22[	[22 ; 26[	[26 ; 30[	[30 ; 34[
Nombre de candidats	70	82	55	24

a) Détermine le centre de chaque classe.
b) Calcule le nombre total de candidats.
c) Calcule l'âge moyen des candidats.

6. Un élève devait présenter lors de son exposé une étude statistique portant sur deux caractères d'une population.
Il a demandé aux élèves de 4ème AS de son collège, filles ou garçons, s'ils buvaient ou non du café au petit déjeuner.
L'élève a perdu ses relevés et ses calculs.
Heureusement, il a une bonne mémoire, il se souvient que 60% des élèves qui boivent du café au petit déjeuner sont des filles.
Il se souvient aussi de 3 valeurs du tableau ci-dessous :

Sexe / Café	Garçons	Filles	total
Oui	32		
Non			40
Total	55		

a) Reproduis et complète le tableau.
b) Représente les répartitions des élèves de 4ème AS par trois diagrammes circulaires :
- Selon les 4 catégories
- Selon le 1er caractère seul.
- Selon le 2ème caractère seul.

7. Pour améliorer le rendement de son commerce, un grand magasin a commandé une enquête sur le choix des cadeaux offerts aux enfants. Le tableau ci-dessous présente la répartition des réponses, on a effacé une valeur de ce tableau.

Cadeau / Enquêteur	jouet	Livre	autre
A	243	158	78
B		187	52
C	190		36

a) Combien de réponses l'enquêteur a-t-il recueillis
b) Combien de personnes ont-elles choisi la réponse jouet ?
c) L'ensemble des réponses a été représenté par un diagramme circulaire dans lequel le secteur qui représente le choix « livre » a un angle de 120°.

Choix	Jouet	Livre	Autre	total
Effectif	634			
angle		120°		360°

- Calcule le nombre total de réponses.
- Complète le tableau et dessine le diagramme circulaire.

8. On a classé les adhérents d'un club de maths suivant leur âge.

Age	Effectif	Effectif cumulé	Fréquence à 10^{-3} près	Fréquence cumulée
[5 ; 15[	142			
[15 ; 25[	115			
[25 ;35[	80			
[35 ;45[	86			
[45 ;55[	53			
[55 ;65[	25			
[65 ;75[	9			

a) Calcule l'effectif total N.
- Que représente la somme 142 + 115 + 80 ?
- Que représente le quotient $\dfrac{142+115+80}{N}$?

b) Reproduis et complète le tableau. Détaille les calculs pour la classe [25 ; 35[.
c) Combien d'adhérents ont moins de 35 ans ?
d) Combien d'adhérents ont moins de 45 ans ?
Combien d'adhérents ont un âge compris entre 25 (inclus) et 55 ans (exclus)?
d) Construis sur une feuille de papier millimétré :
- un diagramme à bases des effectifs
- un diagramme à bases des effectifs cumulés.

c) Démontre qu'un candidat doit obtenir un total supérieur à 80 pour être reçu.

9. Le tableau suivant montre la répartition des 64 matchs de la coupe du monde de 2002 selon le nombre des buts marqués.

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de matchs	3	12	11	18	10	6	1	2	1

a) Quelle est la médiane de cette série statistique ?
b) Quel est le nombre moyen de buts marqués par matchs.

10. Une enquête effectuée auprès de 120 élèves a donné les résultats suivants :
- 12 élèves n'ont lu aucun roman le mois dernier.
- 40 ont lu un roman.
- 30 élèves ont lu deux romans.
- 21 élèves ont lu trois romans.
- 9 élèves ont lu au moins quatre romans.

Recopie et complète le tableau suivant :

Nombre de romans	0	1	2	3	4 ou plus
Effectif					
Effectif cumulé					
Effectif cumulé					

b) Construis le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants (utilise le papier millimétré).
c) En déduis la médiane
d) A l'aide du tableau, trouve :
- Combien d'élèves ont lu moins de romains ?
- Combien d'élèves ont lu au moins 3 romains.
- Quel est le pourcentage d'élèves ayant lu de 1 à 3 romains.

11. Un examen a quatre épreuves notées sur 20 dans les matières M_1 ; M_2 ; M_3 et M_4.
Leurs coefficients sont :
$M_1 : 3$; $M_2 : 2$; $M_3 : 2$; $M_4 : 1$.
On appelle n_1 ; n_2 ; n_3 ; n_4 les notes obtenues par un candidat dans les matières M_1 ; M_2 ; M_3 et M_4.
Pour être reçu on doit obtenir une moyenne sur 20 supérieure ou égale à 10.

a) Abou a obtenu les notes suivantes :
$M_1 : 13$; $M_2 : 14$; $M_3 : 11$; $M_4 : 17$.
Calcule sa moyenne.
b) On appelle T le totale des points obtenus par un candidat : $T = 3 \times n_1 + 2 \times n_2 + 2 \times n_3 + n_4$.
Calcule le total des points d' Abou.
d) Si on augmente la note n_1 de 2 points, de combien varie le total des points.

12. L'enquête porte sur un texte qui utilise 21 lettres différentes réparties en 329 signes typographiques.
Il est intéressant de remarquer que plus un mot est fréquent, plus son sens est large et peu précis. Ceci tient au fait qu'il est utilisé dans un grand nombre de phrases différentes au sein desquelles les autres mots lui donnent un sens particulier. De même, on peut noter que plus un mot est fréquent et son sens variable, plus il est court.
« Les mots grammaticaux sont à la fois fréquent, peu précis, et courts ».

a) Fais un diagramme représentant cette série.
b) Quel est le mode ?
c) Quelle est la consonne la plus fréquente ?
d) Quelles sont les lettres qui n'apparaissent pas dans ce texte ?
e) De cette population, on étudie les 133 signes typographiques qui constituent l'ensemble des voyelles.
   - Donne le tableau des effectifs des voyelles.
   - Trace le diagramme circulaire des fréquences

13. A l'approche de la fête de Tabaski, un éleveur de moutons les classe selon leurs poids et leurs prix.
Il a organisé les données dans le tableau suivant :

Poids	[25 ; 35[	[35 ; 45[	[45 ; 55[	Plus de 55
Prix	10 000UM	12 000 UM	15 000 U	25 000 UM
effectifs	27	51	39	18

a) Détermine le pourcentage des moutons dont le prix est plus petit que 12 000UM.
b) Calcul le prix moyen d'un mouton.
c) Quelle est la classe modale ?
d) Trace le diagramme circulaire et le diagramme à bandes des effectifs de cette série.

14. Un chauffeur de taxi a noté dans la semaine le nombre et la distance de ses courses et ses prix.

Distance (km)	[0 ;2[	[2 ;4[	[4 ;6[	[6 ;8[	[8 ;10[	[10 ;1
Effectif	17	28	47	23	5	3
Prix	100	150	200	300	400	500
fréquence						

a) Complète le tableau ci-dessus.
b) Donne la recette totale de la semaine.
c) Trace le diagramme des effectifs cumulés et le diagramme à bandes.
d) Trace le polygone des effectifs cumulés.

15. La population d'une ville de 13 748 habitants est repartie en 5 classes d'égales amplitudes, de la façon suivante :
Le 3ème âge 2,4% ; les jeunes adultes 35%.
L'âge minime 1,5% ; les jeunes 24% les adultes 27%.
La personne la plus âgée a 98 ans.
Pour ce groupement en classes, établis un tableau des effectifs et des fréquences.
Quelle est la classe modale. Représente ces données par un diagramme à bandes.

16. On considère le tableau de répartition des tailles pour un échantillon de 1000 hommes et de 1000 femmes (INSEE).

Taille (cm)	Hommes	femmes
$140 \leq t \leq 150$	10	38
$150 \leq t \leq 160$	36	360
$160 \leq t \leq 170$	383	531
$170 \leq t \leq 195$	571	71

Dans cet échantillon,
a) Quel est le nombre total d'adultes de tailles inférieures à 170 cm ?
b) Quel est le nombre de femmes dont la taille est supérieure ou égale à 160 cm ?
c) Calcule le pourcentage d'hommes dont la taille est inférieure à 160 cm.
   - Par rapport aux hommes
   - Par rapport à l'ensemble.
d) Donne la classe modale correspondante à la médiane :
   - des hommes
   - des femmes

17. On donne le tableau de 4 séries de 48 notes de 4 classes de 4ème AS

Note / effectif	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4èmeAS1	0	1	2	7	1[illegible]	1[illegible]	9	1	1	0
4èmeAS2	4	6	4	5	5	4	6	5	5	4
4èmeAS3	2	5	1[illegible]	4	3	1	1[illegible]	5	5	3
4èmeAS4	0	0	7	8	9	9	8	7	0	0

a) Détermine dans chacun des cas la moyenne et la médiane. Que remarques-tu ? dans chaque cas :
   - calcule l'étendue (écart entre la note la plus basse et la plus haute).
   - détermine le pourcentage de notes qui sont dans l'intervalle [4 ; 7].
b) A quelles séries correspondent les descriptions suivantes :
A« les notes sont régulièrement réparties mais,

il n' y en a ni de très mauvaises ni de très bonnes ».
B« l'éventail des notes est très large et il y a deux dominantes».
C « A une ou deux exceptions près, les notes sont bien groupées, le niveau est homogène».

18. Un devoir commun de mathématiques a été proposé à l'ensemble des classes de $4^{ème}$ AS d'un collège.
Les résultats sur 20 sont les suivants :
12 ; 8 ; 15 ; 04 ; 07 ; 13 ; 02 ; 09 ; 10 ; 17 ; 13 ; 14
03 ; 06 ; 06 ; 08 ; 12 ; 09 ; 16 ; 12 ; 09 ; 04 ; 15 ; 05
03 ; 13 ; 02 ; 18 ; 05 ; 06 ; 11 ; 10 ; 14 ; 06 ; 14 ; 08
17; 10 ; 11 ; 16 ; 10 ; 8 ; 10 ; 09 ; 11 ; 10 ; 14 ; 7
13 ; 19 ; 14 ; 10 ; 15 ; 12 ; 13 ; 06 ; 12 ; 11 ; 09 ; 13
16 ; 15 ; 13 ; 05 ; 10 ; 07 ; 16 ; 10 ; 08 ; 16 ; 11.

a) Recopie et complète le tableau suivant :

Note	0	1	..	..	..	..	..	20
Effectif								
Fréquence								
Effectif cumulé								
Fréquence cumulée								

b) Réponds aux questions suivantes :
- Combien d'élèves étaient présents au contrôle ?
- Combien d'élèves ont obtenu une note supérieur à 10?
- Combien d'élèves ont obtenu une note inférieure à 12?
- Quel est le pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure ou égale à 15?
- Quel est le pourcentage d'élèves ayant eu au plus 7?

c) Représente la série par un diagramme en bâtons.
d) Les professeurs de Mathématiques emmènent en excursion les 36 élèves qui ont obtenus les meilleures notes.
Issa a obtenu 10, partira-t-il en excursion ?
e) Calcule la moyenne de la série de notes.
Il y a 3 classes de $4^{ème}$ AS, de 24 élèves chacune dans le collège.
La moyenne de l'une des classes est 11,2, la différence entre les moyennes des autres classes est égale à 0,3 points.
Calcule les moyennes de ces deux classes.
f) Un élève est dit ''moyen '' s'il obtient une note strictement supérieure à 8 et inférieure à 12.
Calcule le pourcentage des élèves moyens dans l'ensemble des 3 classes de $4^{ème}$ AS.

19. La courbe suivante représente le poids d'un bébé pendant les premiers jours de sa vie.
a) Quel a été le « poids » de ce bébé à la naissance ? à l'âge de 8 jours?
b) Combien de jours après la naissance le poids de ce bébé a-t-il été de 3,2 kg.
c) Combien de jours après la naissance le poids de ce bébé a-t-il été plus faible?

d) Détermine le poids moyen d'un tel bébé durant les premiers 10 jours de sa naissance.

Module d'intégration 5
Evaluation de l'Objectif Terminal d'Intégration (OTI)

Evaluation de l'OTI

Tous les chapitres

Situation 1

Le tableau suivant représente la hauteur des précipitations relevées mensuellement sur un village africain.

Mois	J	F	M	A	M	J	J	O	S	O	N	D
Précipitation	200	175	120	0	95	110	110	90	85	100	140	155

1) Quel est le mois le plus sec ?
2) Détermine la hauteur d'eau tombée sur ce village.
3) Détermine la hauteur d'eau moyenne tombée en un mois.
4) Samba un habitant de ce village utilise la toiture de sa maison pour recueillir l'eau de pluie et la stocker dans un réservoir vu en ciel, cette toiture à la forme d'un rectangle de 6 m par 10 m.
   a) Détermine l'aire de ce rectangle en m^2.
   On admet que le volume d'eau recueilli sur cette toiture est obtenu à l'aide de la formule suivante : $V = A \times h$.
   Trouve le volume d'eau tombée sur cette toiture pendant le mois de mars.
   b) Cette eau est stockée dans une cuve pouvant contenir toute l'eau de précipitation :
   La consommation de cet habitant est de 300 litres par jour.
   Détermine sa consommation pour le mois de mars.
   c) A la fin du mois de février, il restait 6,9 m^3 d'eau dans la cuve.
   Quel volume d'eau reste-t- il à la fin du mois de mars ?
5) On considère le mois d'avril, x le nombre de jours écoulés depuis le début du mois.
   On admet que le volume d'eau restant dans la cuve pour x jour écoulés est donné par
   $y = 4,8 - 0,3x$.
   a) Calcule le volume restant dans la cuve à la fin du $7^{ème}$ jours.
   b) Soit g la fonction affine définie par $g(x)= 4,8 - 0,3x$.
   Construis la représentation graphique de la fonction g sur du papier millimétré (1 cm pour 2j en abscisse et 1 cm pour $0,4m^3$ en ordonnée).
   c) Samba a continué à consommer 300 litres d'eau par jour en avril.
   Détermine par lecture graphique le volume d'eau (en cm^3) qui reste dans la cuve au bout de 10 jours (faire apparaître le repère sur le graphique).

Situation 2

Le professeur de Mathématiques de la 4ème AS a proposé l'exercice suivant :
''ABC est un triangle ; P, Q et R sont les points définis par :
$\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$.
S est le milieu de [BP] ; T est le milieu de [BR].

- Montre que P, Q et R sont alignés et que Q est le milieu de [PR].
- Montre que QRTS est un parallélogramme''.

Ahmed a proposé d'utiliser le calcul vectoriel.
Marième a utilisé la propriété de Thalès.
Kane a utilisé le repère (A, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$).
Rédige la solution et le raisonnement avancé par chacun des trois élèves.

Situation 3

En 2005, la mairie de notre village a construit un bassin de forme ci-contre.
Il servira à l'arrosage du jardin public dans lequel la construction a eu lieu.
Pour des raisons d'hygiènes et de sécurité la construction prévoit :

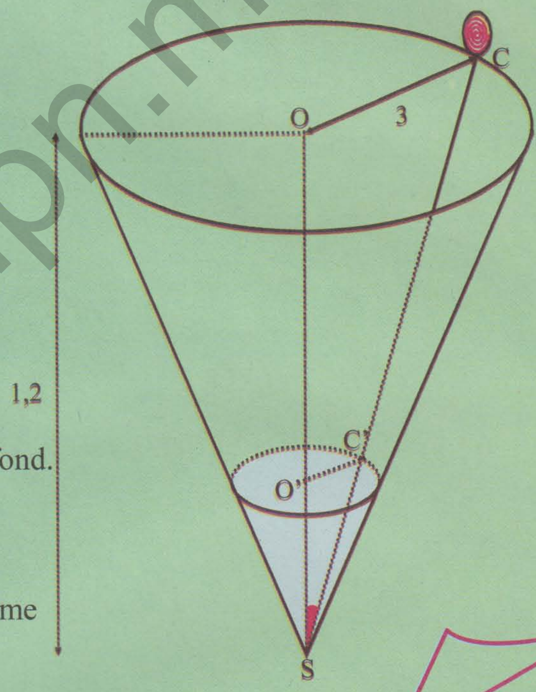
- L'emplacement d'une ampoule sur le bord de la base, au point C de telle sorte qu'elle soit reliée au sommet S par un fil tendu.
- d'entourer le bassin par du grillage.

❖ Aide la mairie à trouver :

- La longueur du fil reliant l'ampoule A au sommet S.
- L'angle sous lequel l'extrémité du fil est observée au fond.

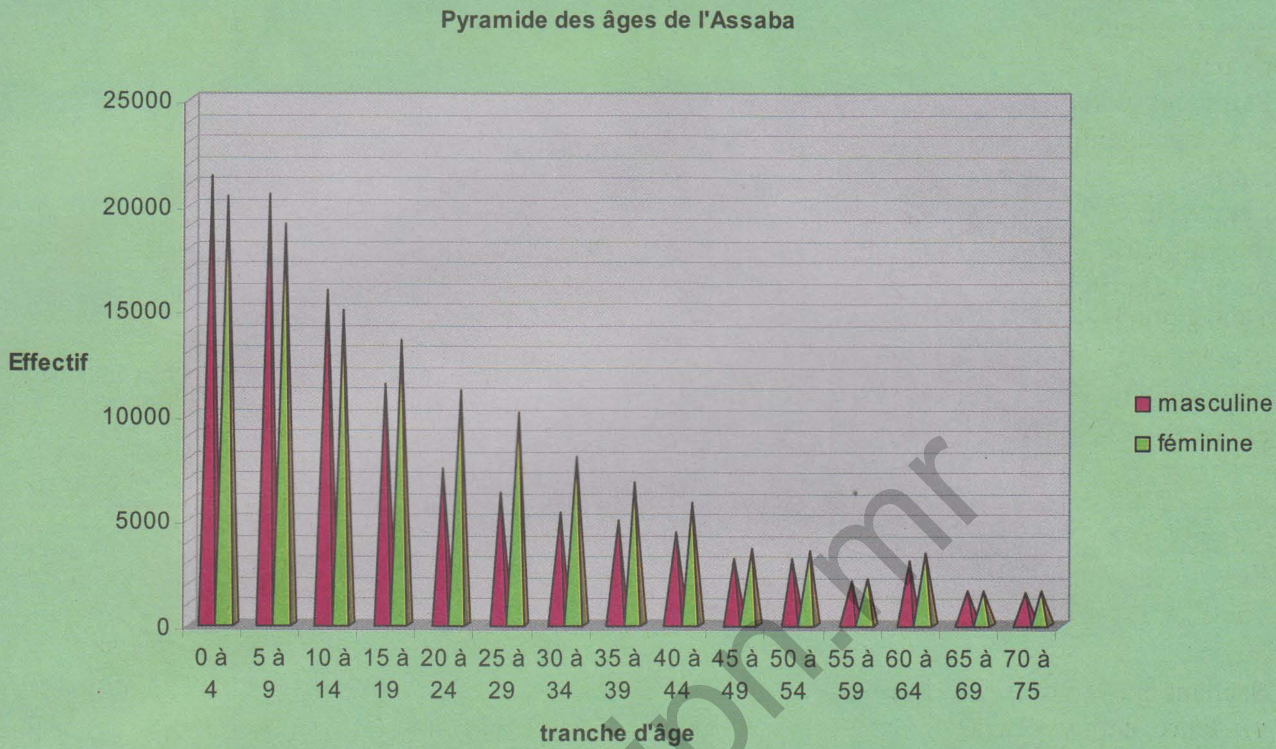
Lors du remplissage du bassin, l'eau atteint seulement le niveau indiqué.

❖ Aide aussi le gestionnaire de ce bassin à trouver le volume d'eau, sachant que : SO' = $\frac{1}{3} \times$ SO.



Situation 4

Sidi, Silly et Fatma étant des élèves intéressés par les statistiques ont observé les données ci-dessous tirées du RANVEC 2000.



Moughataa	Population		
	Masculine	Fémininine	Total
Barkéwol	29538	32700	62238
Boumdeid	4328	4376	8704
Guerrou	14085	17395	31480
Kankossa	30485	32579	63064
Kiffa	35363	41416	76779
Total	113799	128466	242265

Tab.1 Répartition de la population par sexe et par Moughataa.

	2000		
	Sédentaire	Nomade	Ensemble
Assaba	95.2	4.8	242.265
Mauritanie	94.9	5.1	2.508.159

Tab.2 Population par milieu de résidence.

Ils veulent mettre en évidence certaines réalités liées à cette population à savoir la pyramide des âges ; le mode de résidence, la répartition par Moughataa et par sexe.
Pour ce faire, chacun doit réaliser une tâche précise :

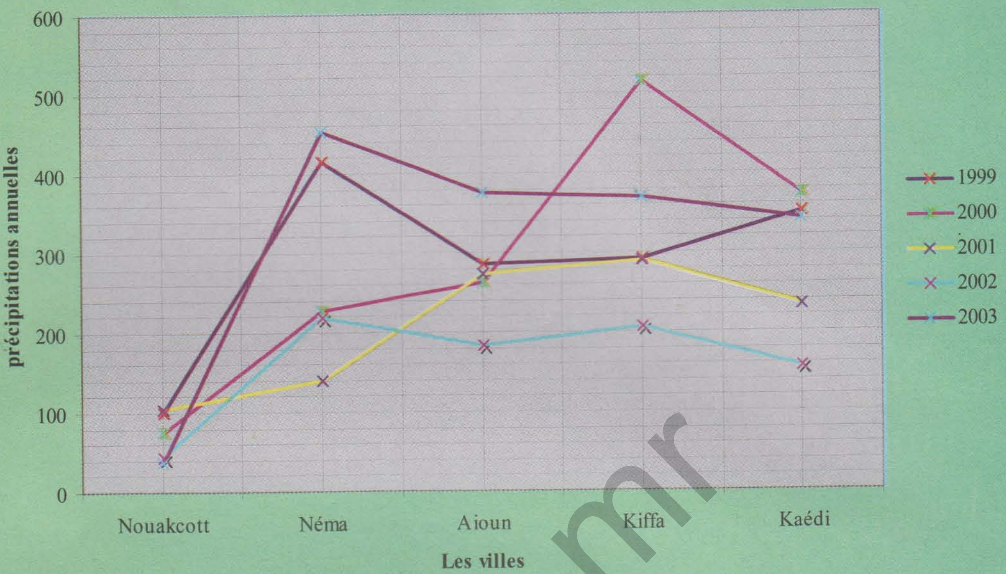
- Fatma s'occupe de la lecture de la pyramide des âges.
- Sylli doit construire l'histogramme donnant la répartition par sexe et par Moughataa.
- Sidi représente à l'aide d'un diagramme circulaire la répartition par mode de résidence, en la comparant par la répartition nationale.

❖ Aide les trois élèves à assumer leurs tâches

Situation 5

Climat : Evolution des hauteurs annuelles de pluie (en millimètres) enregistrées de 1999 à 2003.

Un projet de développement communautaire a publié une étude sur les facteurs de développement dans certaines villes du pays. Parmi ces facteurs, il a retenu, entre autres, l'état de la pluviométrie durant la période 1999 à 2003, comme l'indique la représentation ci-contre.



Source : ASECNA

Sachant que le projet doit intervenir dans les deux villes dont la pluviométrie est la plus faible,

1. Faire la moyenne pluviométrique de chaque ville sur les cinq ans.
2. Quelles sont les deux villes ciblées par le projet ?

Entraînement au BEPC

Sujet National

Epreuve de Mathématiques.

Durée : 2 heures Coefficient : 5

Exercice 1 (10 points)

Pour chaque question, choisir la réponse exacte parmi les réponses proposées en justifiant votre choix :

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse B	Barème
	La solution de l'équation : $x\sqrt{2} - 1 = \sqrt{2}$ est	$1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2}$	1	0,5 + 0,5
	$(x-7)^2 =$	$x^2 - 14x + 49$	$x^2 - 49$	$x^2 - 14 + 49$	0,5 + 0,5
	L'inverse de -0,08 est	-12,5	0,08	12,5	0,5 + 0,5
	Les nombres solutions de $2x - 3 < 1$ sont tels que	$x > 2$	$x < 2$	$x < -2$	0,5 + 0,5
	La représentation graphique d'une application linéaire est une droite	Parallèle à l'axe des abscisses	Qui passe par l'origine du repère.	Parallèle à l'axe des ordonnées	0,5 + 0,5
	Dans un triangle équilatéral ABC de centre O, $\widehat{AOB} =$	45°	60°	120°	0,5 + 0,5
	Un carré de côté 2 cm et inscrit dans un cercle de rayon	$\sqrt{2}$ cm	$2\sqrt{2}$ cm	2 cm	0,5 + 0,5
	Dans un triangle ABC rectangle en A tel que : AB = 8 et AC = 6 $\cos(\widehat{ABC})$ est égal à	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\dfrac{3}{5}$	0,5 + 0,5
	Si $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, alors	B milieu de [AC]	A, B et C sont alignés	C milieu de [AB]	0,5 + 0,5
	Le volume d'un cône d'e révolution, de rayon de base 3 cm, de hauteur 4 cm est	12π cm^3	$36\pi^2$ cm^3	36π cm^3	0,5 + 0,5

Exercice 2 (6 points)

On donne un triangle ABC tel que AB = 6 cm, BC = 8 cm et AC = 10 cm.

1) a)construire le triangle ABC. **(1 point)**

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier. **(1 point)**

2) Sur le segment [BC] on place le point I tel que : $CI = \dfrac{1}{4}CB$.

La parallèle à la droite (AB) passant par I coupe la droite (AC) en J.

a) Compléter la figure tracé au 1°). **(0,5 point)**

b) Calculer les distances CJ et IJ. **(1 point)**

3) Sur le segment [BC], on considère maintenant le point M tel que : CM = x.

La parallèle à la droite (AB) passant par M coupe la droite (AC) en K.

a) Calculer MK en fonction de x. **(1 point)**

b) Montrer que l'aire du triangle CMK est : $\dfrac{3}{8}x^2$. **(1 point)**

c) Trouve la valeur de x pour que l'aire du triangle CMK soit la moitié de celle du triangle ABC. **(0,5 point)**

Exercice 3 (4 points)

Regrouper dans un tableau le dépouillement de 24 fiches de renseignements remplis par les élèves en début d'année sur le nombre de frères :

1	0	2	3	5	7	1	2	0	3	2	1	2	4	1
0	1	2	2	1	3	1	0	1						

a) Quel est le nombre moyen de frères dans cette classe ? **(1 point)**

b) Combien d'élèves ont plus que 3 frères ? moins que 4 frères ? **(1 point)**

c) Représenter le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série. **(1 point)**

Sujet étranger : Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice et Toulouse.
La rédaction et la présentation seront notées sur 4 points.
L'emploi des calculatrices est autorisé.
Coefficient : 2 Durée : 2 heures

I. Activités Numériques (12 points)

Exercice 1

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

1. Calculer l'expression : $A = \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$ (donner le résultat sous sa forme la plus simple).
2. Donner l'écriture scientifique du nombre B tel que : $B = \frac{7\times10^{15}\times8\times10^{-8}}{5\times10^{-4}}$
3. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (où a est un entier) le nombre C tel que : $C = 4\sqrt{7}-8\sqrt{28}+\sqrt{700}$
4. Développer et simplifier : $(4\sqrt{5} + 2)^2$.

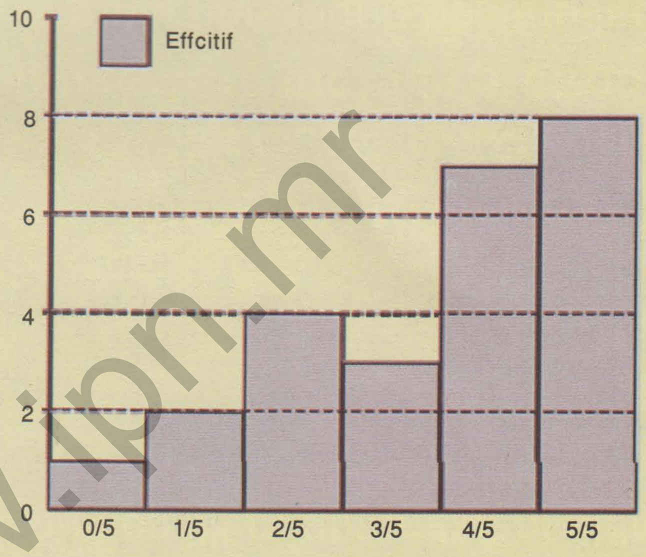
Exercice 2

Voici l'histogramme des notes d'un contrôle noté sur 5 pour une classe de 25 élèves.

1. Reproduire et remplir le tableau des notes suivant.

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif						
Effectif cumulé croissant						

2. Calculer la moyenne des notes de la classe.
3. Quelle est la médiane des notes de la classe ?
4. Calculer la fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points sur 5.



Exercice 3

Répondre aux questions suivantes. (Les calculs pourront être totalement faits à la calculatrice : on ne demande pas d'étapes intermédiaires ni de justification).

a) Donner un arrondi au centième du nombre A tel que : $A = \frac{831-532}{84}$

b) Convertir 3,7 heures en heures et minutes.

c) Donner un arrondi au millième du nombre B tel que : $B = \frac{\frac{53}{51} - \frac{32}{85}}{\frac{63}{34}}$

d) Calculer à 0,01 près $C = \sqrt{\frac{83+167}{158}}$

Exercice 4

1. Trouver le PGDC de 6 209 et 4 435 en détaillant la méthode.
2. En utilisant le résultat de la question précédente, expliquer pourquoi la fraction $\frac{4435}{6209}$ n'est pas irréductible.
3. Donner la fraction irréductible égale à $\frac{4435}{6209}$

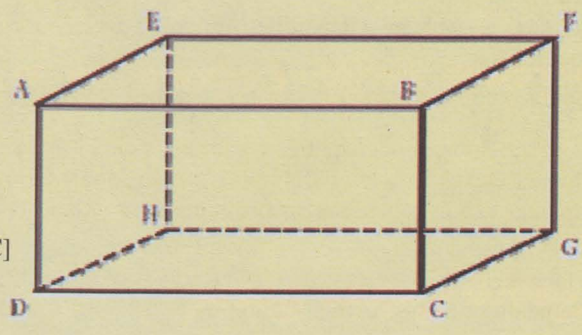
II. Activités Géométriques (12 points)

Exercice 1

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

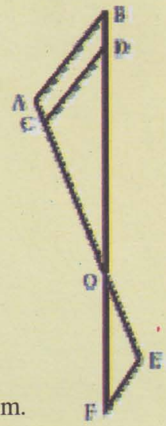
On donne AE = 3 m; AD = 4 m; AB = 6 m.

1. a) Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ?Le justifier.
   b) Les droites (EH) et (AB) sont-elles sécantes ?
2. a) Calculer EG. On donnera la valeur exacte.
   b) En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.
3. Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m^3.
4. Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108 m^2.



Exercice 2

Sur le dessin ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, les points A, C, O, E sont alignés ainsi que les points B, D, O et F. (On ne demande pas de faire le dessin).
De plus, on donne les longueurs suivantes :
CO = 3 cm, AO = 3,5 cm, OB = 4,9 cm, CD = 1,8 cm, OF = 2,8 cm et OE = 2 cm.
1. Calculer (en justifiant) OD et AB.
2. Prouver que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.



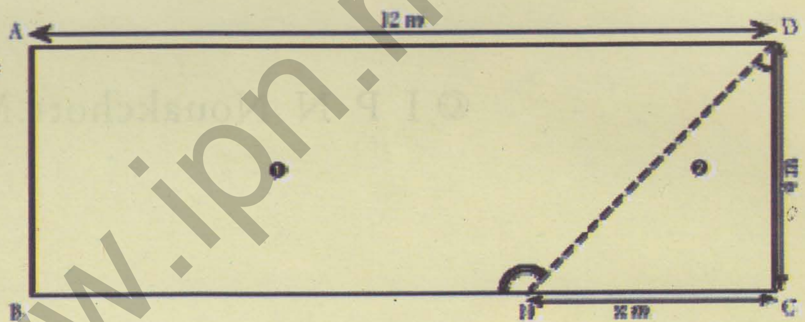
Exercice 3

Soit ABC un triangle tel que AB = 4,2 cm, BC = 5,6 cm, AC = 7 cm.
1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Prouver que ABC est rectangle en B.
3. Calculer le périmètre et l'aire de ABC.

III. Problème (12 points)

Exercice

On dispose d'un séjour rectangulaire dans lequel on veut réaliser un petit cagibi triangulaire. Pour cela, on veut installer une cloison.
Voici ci-contre, une représentation de la pièce.
La partie (2) est le cagibi et la partie (1) représente le séjour après la création du cagibi. La cloison a été dessinée en pointillés.
Dans l'exercice, on considérera que la cloison a une épaisseur nulle.
Les trois parties sont indépendantes.



Partie 1

On considère que x = 3 m.
1. Quelle est la longueur de la cloison (en pointillé) ?
2. Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle $\widehat{HDC}$.
3. Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle $\widehat{DHB}$.

Partie 2

1. a) Exprimer la surface au sol du cagibi (2) en fonction de x, sous la forme f(x) = ...
   b) Exprimer la surface au sol du séjour (1) en fonction de x, sous la forme g(x) = ...

2. On admet que f(x) = 2x et que g(x) = 48 - 2x.
   a) Quelle est la nature de la fonction f ? Quelle est la nature de la fonction g ?
   b) Tracer dans un repère (abscisse : 1 cm pour 0,5 unités et en ordonnées, 1 cm pour 5 unités) les représentations graphiques des fonctions f et g pour x compris entre 0 et 10.

3. On veut que le séjour (1) ait une surface minimale de 35 m².
   a) Lire sur le graphique la valeur maximale de x pour que cette condition soit respectée.
   b) Écrire une inéquation qui traduise que la surface du séjour doit être supérieure ou égale à 35 m².
   c) Résoudre cette inéquation.

Partie 3

On réalise une maquette de cette pièce, avant la création du cagibi, à l'échelle 1/200.
1. Rappeler ce que signifie « échelle 1/200 » ?
2. Quelle sera, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m ?
3. La surface réelle du séjour est de 48 m². Quelle est la surface du sol du séjour dans la maquette (en cm²) ?
4. Le volume du séjour de la maquette est de 13,125 cm³. Quel est le volume réel du séjour (en cm³ puis en m³) ?