XVI- STATISTIQUES

Faire savoir

Le cours

1. Le langage statistique

Définitions

a) Population

La population est l'ensemble sur lequel porte l'étude statistique. Ses éléments sont également appelés des individus. Un sous ensemble de la population s'appelle un échantillon.

b) Caractère

Une propriété retenue, ou un critère sur lequel porte l'étude pour analyser une population est appelé caractère.

S'il prend des valeurs chiffrées, on dit que le caractère est numérique ou quantitatif (*par exemple, la taille des élèves d'une classe…*).

Si non, on dit que le caractère est qualitatif (*par exemple, les loisirs d'une personne, ou le métier d'une personne…*).

Notre étude portera ici exclusivement sur les caractères quantitatifs

c) Classe

Quand on répartit la population étudiée en un nombre fini de classes, pour lesquelles le caractère prend une même valeur ou un même ensemble de valeurs.

Les données doivent être suffisamment précises pour que tout individu appartienne à une classe et une seule.

d) Effectif, fréquence, pourcentage

Définitions

L'effectif n d'une classe est le nombre d'individus chez lesquels on observe cette valeur du caractère.

La fréquence f d'une classe est le quotient de l'effectif n relatif à cette valeur par l'effectif total N de la population étudiée ; $f = \frac{n}{N}$.

1°/ La distribution des fréquences est la liste des fréquences des valeurs du caractère.

2°/ Le pourcentage p d'une classe s'obtient en multipliant sa fréquence f par 100 ;

$$p = 100 \times f = 100 \times \frac{n}{N}$$

Remarque

Toute fréquence est comprise entre 0 et 1, tout pourcentage est compris entre 0 et 100.

Comme la somme des effectifs de toutes les classes vaut N, la somme de leurs fréquences vaut 1 et la somme de leurs pourcentage vaut 100.

e) Effectifs cumulées, fréquences cumulées

Définitions

On considère un caractère numérique.

1°/ L'effectif cumulé correspondant à un nombre x est le nombre d'individus ayant une valeur du caractère inférieure ou égale à x (*effectif cumulé croissant*), ou supérieure ou égale à x (*effectif cumulé décroissant*).

2°/ La fréquence cumulée correspondant à un réel x s'obtient en divisant l'effectif cumulé par l'effectif total N.

2. Séries statistiques à une variable

a) Les critères de la tendance centrale

a- Série statistique

Définition

On considère un caractère numérique appliqué à une population étudiée.

L'ensemble des données ainsi obtenues forme une série statistique à une variable.

Plus généralement, on appelle série statistique, tout ensemble de couples $(x_i;\ n_i)$.

où x_i est la valeur ou le caractère et où n_i est l'effectif avec $1 \leq i \leq n$

Si à chaque classe est associée une seule valeur du caractère ($x_i \in \mathbb{N}$), on dit que le caractère est discret.

Si à chaque classe est associé un intervalle de valeurs ($x_i \in \mathbb{D}$), on dit que le caractère est continu.

Si x_i n'est pas numérique, on dit que la série est qualitative.

Exemple 1

On a relevé le nombre de frères et de sœurs d'un groupe de 50 élèves.

On a obtenu les résultats suivants :

$Nbre\ frères\ et\ soeurs$	0	1	2	3	4
$Effectifs$	13	19	15	2	1

La population étudiée est le groupe de 50 élèves.

Le caractère étudié est le nombre de frères et sœurs ; c'est un caractère numérique discret.

Exemple 2

Au cours d'une visite médicale, on a pesé 60 personnes. Les résultats obtenus exprimés en kg, sont donnés par le tableau suivant :

$Pds\ (kg)$	$]40;45]$	$]45;50]$	$]50;55]$	$]55;60]$	$]60;65]$	$]65;70]$
$Effectif$	6	10	12	19	9	4

La population étudiée est le groupe de 60 personnes.

Le caractère étudié est le poids ; c'est un caractère numérique continu.

b) Caractéristiques de position ou critères de la tendance centrale

a- Etendue

L'étendue d'une série statistique à une variable est la différence entre les valeurs extrêmes observée du caractère.

Exemple 3

Dans l'exemple 1, l'étendue est ; $4 - 0 = 4$

Dans l'exemple 2, l'étendue est ; $70 - 40 = 30$

b- Mode ou classe modale

Si le caractère est discret, le mode est la valeur du caractère correspondant à l'effectif le plus grand (*il peut y avoir plusieurs modes*).

Exemple 4

Dans l'exemple précédent, le mode est 1 car il correspond à l'effectif maximum 20.

Si le caractère est continu, la classe modale est l'intervalle de valeurs du caractère correspondant à l'effectif le plus grand (*il peut y avoir plusieurs classes modales*).

Exemple 5

Dans l'exemple précédent, la classe modale est l'intervalle $]55;60]$ car il correspond à l'effectif maximum 19.

c- Médiane

La médiane M d'une série statistique partage cette série en deux parties de telle sorte que :
♦ Au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égale à la médiane ;
♦ Au moins la moitié des valeurs sont supérieures ou égale à la médiane.

Exemple 6

La médiane de la série : $2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ \mathbf{10}\ ;\ 12\ ;\ 19\ ;\ 20$ est $\mathbf{10}$.
La médiane de la série : $2\ ;\ 3\ ;\ \mathbf{5}\ ;\ \mathbf{10}\ ;\ 12\ ;\ 19$ est $\frac{5+10}{2} = 7{,}5$

Calcul de la médiane

Si la série contient n valeurs rangées dans l'ordre croissant :

♦ Si n est impair ; la médiane est la $\frac{n+1}{2}$ $ième$ valeur de la série.

♦ Si n est pair ; la médiane est la demi somme des $\frac{n}{2}$ $ième$ et $\frac{n+1}{2}$ $ième$ valeurs de la série.

Exemple 7

Valeur	1	2	3	7
Effectif	3	5	4	9

$n = 3+5+4+9 = 21$ impair.

$\frac{21+1}{2} = 11$

La médiane est la 11e valeur donc : 3.

Valeur	1	2	3	7
Effectif	3	5	4	12

$n = 3+5+4+12 = 24$ pair.

$\frac{n}{2} = \frac{24}{2} = 12 \quad \frac{n}{2}+1 = 13$

$Me = \frac{12^e \text{ valeur} + 13^e \text{ valeur}}{2} = \frac{3+7}{2} = 5$

Plus généralement, si le caractère est discret, une médiane est un réel M séparant la population étudiée en deux groupes de même effectif.

Notons G_1 le groupes des individus ayant une valeur du caractère inférieure ou égale à M.

Notons G_2 le groupes des individus ayant une valeur du caractère supérieure ou égale à M.

Dire que M est une médiane, signifie que G_1 et G_2 ont même effectif.

On peut remarquer que pour un caractère discret, la médiane n'est pas toujours précisément définie. C'est le cas de l'exemple 1.

Si l'on prend $M = 1$, alors les groupes G_1 et G_2 tels que définis ci-dessus ont respectivement pour effectifs ; $G_1 = 20 + 14 = 34$ et $G_2 = 20 + 12 + 3 + 1 = 36$. Ces valeurs sont différentes.

Si le caractère est continu, la médiane est le réel M pour lequel l'effectif cumulé est égal à la moitié de l'effectif total.

La médiane correspond donc à une fréquence de 0,5 (*ou pourcentage cumulé de de* 50%).

d- Moyenne arithmétique

Définition

La moyenne arithmétique est la somme de toutes les valeurs divisée par le nombre de valeurs.

On considère un caractère numérique x_i. On peut présenter les données sous la forme ;

Valeur du caractère ou centre de l'intervalle	x_1	x_2	x_3	…	x_p
Effectifs	n_1	n_2	n_3	…	n_p

Soit l'effectif total ;

$$\boldsymbol{N = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_p}$$

La moyenne arithmétique de la série est le réel noté ;

$$\boldsymbol{\overline{X} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \cdots + n_px_p}{N}}$$

Notons les fréquences correspondantes ;

$$f_1;\ f_2;\ f_3;\ \dots;\ f_p.$$

On a ;

$$f_1 = \frac{n_1}{N};\ f_2 = \frac{n_2}{N};\ f_3 = \frac{n_3}{N};\ \dots;\ f_p = \frac{n_p}{N}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow \overline{X} = f_1 + f_2 + f_3 + \cdots + f_p}$$

e- Linéarité de la moyenne arithmétique

Propriété

Lorsque, pour chaque individu, on additionne les valeurs observées pour deux caractères, la moyenne des valeurs ainsi obtenues est égale à la somme des moyennes des valeurs observées pour chacun des deux caractères.

Lorsque l'on multiplie toutes les valeurs observées pour un caractère par un même nombre réel k, la moyenne des valeurs ainsi obtenues est égale au produit de la moyenne des valeurs observées par le nombre k.

Exercice

Démontrer cette propriété.

Exemple 8

On a lancé un dé 100 fois, et on a obtenu les résultats suivants :

$4; 6; 1; 2; 5; 2; 1; 2; 3; 5; 4; 3; 1; 6; 6; 4; 2; 2; 3; 3;$

$1; 4; 6; 4; 2; 6; 4; 3; 6; 4; 6; 3; 3; 4; 4; 6; 2; 3; 1; 2;$

$5; 6; 5; 5; 3; 3; 5; 4; 1; 3; 1; 3; 2; 4; 5; 6; 4; 4; 6; 1;$

$3; 6; 2; 6; 5; 6; 3; 4; 6; 3; 4; 5; 3; 1; 5; 1; 3; 5; 2; 3;$

$6; 1; 5; 3; 4; 2; 2; 4; 1; 5; 1; 4; 6; 1; 2; 3; 2; 1; 3; 3.$

1° Ordonner les données ;

2° Préciser la population et la variable étudiée ;

3° Quelles sont les modalités ?

4° Déterminer l'effectif et la fréquence de chaque modalité ;

5° Le dé est-il équilibré ?

6° Représenter ces données dans un diagramme en bâtonnets

Solution

Pour ranger les résultats de lancers par ordre de façon méthodique et sûre, on peut cocher tous les « 1 », puis tous les « 2 », etc.

On vérifie bien que tous les nombres ont été cochés et que l'on a cent valeurs. On obtient donc ;

$1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2;$

$2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3;$

$3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4;$

$4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5;$

$5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6.$

2° La population étudiée est l'ensemble des 100 lancers du dé. La variable est le nombre qui apparaît sur la face supérieure du dé.

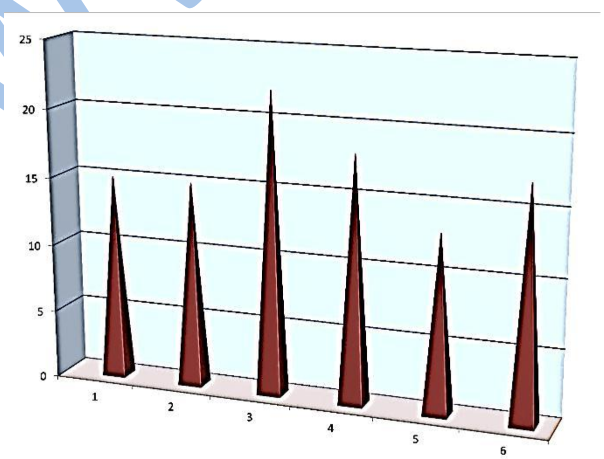
3° Les modalités sont $1; 2; 3; 4; 5; 6$.

4°

$Modalités$	1	2	3	4	5	6
$Effectifs$	15	15	22	18	13	17
$Fréquences$	0,15	0,15	0,22	0,18	0,13	0,17

5° Les fréquences d'apparition des différentes faces sont sensiblement différentes.

Le dé n'est pas équilibré ; On a par exemple beaucoup plus de 3 que de 5.



Exemple 9

Le tableau suivant donne les notes (*sur* 10) obtenues par les élèves d'une classe lors d'un test.

$Notes$	3	4	5	6	7	8	9
$Effectifs$	1	4	8	9	7	5	2

1° Construire un tableau contenant les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées ;

2° Déterminer ; **a/** Le nombre d'élèves ayant une note strictement inférieure à 5 ; **b/** Le nombre d'élèves ayant une note supérieure à 7 ; **c /** Le pourcentage des élèves qui peuvent dire « j'ai la moyenne » (*c'est-à-dire une note supérieure à* 6).

Pensez-vous que le terme "moyenne" soit adapté à ce sujet ?

Solution

Voici le tableau demandé

$Notes$	3	4	5	6	7	8	9
$Effectifs$	1	4	8	9	7	5	2
$Effectifs$ $cumulés$	1	5	13	22	29	34	36
$Fréquences$	0,028	0,111	0,222	0,25	0,194	0,139	0,056
$Fréquences$ $cumulées$	0,028	0,139	0,361	0,611	0,806	0,944	1

Pour calculer les fréquences cumulées, il faut diviser les effectifs cumulés par l'effectif total et éviter de cumuler les fréquences de façons à limiter les erreurs d'arrondi.

2° a/ D'après le tableau, on lit 5 élèves ont une note strictement supérieure à 5.

b/ 14 élèves ont une note supérieures à 7.

c/ A partir du tableau, on peut confirmer que $13{,}9\%$ des élèves ont une note inférieure ou égale à 4. Donc $86{,}1\%$ des élèves peuvent affirmer « j'ai la moyenne » ($86{,}1 = 100 - 13{,}9$).

Le mot moyenne est pris ici au sens scolaire du terme, (la moitié de la note maximale) et non le sens statistique.

Exemple 10

Dans une classe de 25 élèves, les notes obtenues lors d'un devoir sont les suivantes ;

$$14; 15; 4; 7; 11; 14; 9; 10; 12; 12; 16; 10; 18;$$

$$13; 12; 3; 11; 14; 12; 13; 13; 6; 12; 10; 7.$$

1° Déterminer l'étendue et le mode de cette série ;

2° Calculer la moyenne arithmétique ;

3° Quel est le pourcentage d'élèves ayant une note supérieure ou égale à 10.

Solution

1° On commence par trier les résultats, c'est-à-dire que l'on compte les effectifs correspondant à chaque note. A l'issue de ce regroupement, la série des notes peut se présenter de la façon suivante :

$Notes$	3	4	6	7	9	10	11	12	13	14	15	16	18
$Effectifs$	1	1	1	2	1	4	2	5	2	3	1	1	1

L'étendue de la série est : $18 - 3 = 15$.

Son mode vaut 12, car, c'est la note obtenue le plus de fois.

2° La moyenne arithmétique c'est ;

$$\bar{X} = \frac{1}{25}(1 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 6 + \cdots + 18 \times 1)$$

$$\bar{X} = \frac{275}{25} = 11$$

2° Le nombre d'élèves ayant une note supérieure ou égale à la moyenne :

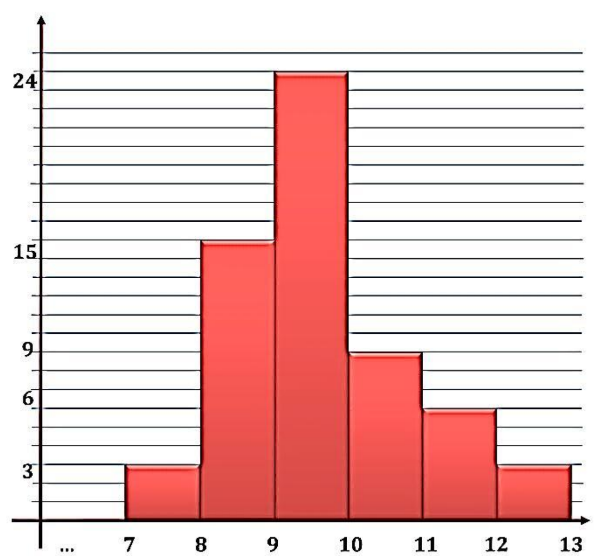
$$4 + 2 + 5 + 2 + 3 + 1 + 1 + 1 = 19$$

Le pourcentage correspondant :

$$\frac{19}{25} \times 100 = 76\%$$

Exemple 11

On a mesuré 60 épis de blé au centimètre près. Les résultats obtenus sont donnés par l'histogramme de la figure ci-dessous :



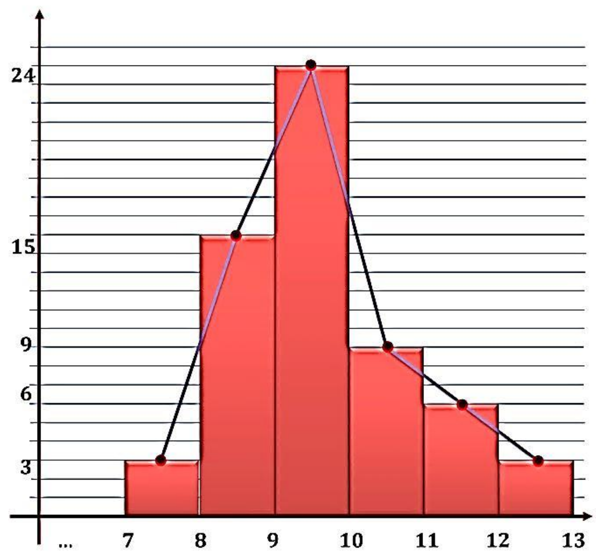
1° Déterminer l'étendue et la classe modale de cette série ;

2° Calculer sa moyenne arithmétique ;

3° Dans un lot de 140 épis, la moyenne de longueur est d'environ $8{,}9cm$.

Quelle est la moyenne des longueurs de l'ensemble des 200 épis ?

Solution



1° D'après la figure illustrant les données, la longueur maximale d'un épi est $13cm$, et la longueur minimale est de $7cm$.

L'étendue est donc ; $13 - 7 = 6cm$.

La classe modale est l'intervalle $[9; 10]$, car c'est dans cette classe qu'il y a le plus d'épis de blé ; 24.

2° Considérons le tableau suivant :

$Centre\ de\ l'intervalle$	$7{,}5$	$8{,}5$	$9{,}5$	$10{,}5$	$11{,}5$	$12{,}5$
$Effectifs$	3	15	24	9	6	3

L'effectif total est 60 $épis$

La moyenne arithmétique de la série vaut :

$$\bar{X} = \frac{1}{60}(3 \times 7{,}5 + 15 \times 8{,}5 + 24 \times 9{,}5 + 9 \times 10{,}5 + 6 \times 11{,}5 + 3 \times 12{,}5) = \frac{579}{60}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 9{,}65cm$$

3° D'après **1°**, la somme des longueurs du premier lot vaut $579cm$. Dans le deuxième lot, la somme S des longueurs des 140 $épis$ vérifie ;

$$\frac{S}{140} = 8{,}9cm$$

Puisque la moyenne du deuxième lot est d'environ $8{,}9cm$, donc, $S = 140 \times 8{,}9 = 1\,246cm$.

On en déduit que la somme de toutes les longueurs des 200 $épis$ est environ égale à ;

$$1\,246 + 579 = 1\,825cm$$

La moyenne de l'ensemble des 200 $épis$ est ;

$$\frac{1\,825}{200} = 9{,}1cm$$

c) Caractéristiques ou critères de dispersion

a- Variance

Soit une série statistique ; $(x_i;\ n_i)_{1\leq n\leq p}$ de moyenne $\bar{X}$. La variance est le nombre réel V défini par ;

$$\boldsymbol{V = \frac{n_1(x_1-\bar{X})^2 + n_2(x_2-\bar{X})^2 + \cdots + n_p(x_p-\bar{X})^2}{n_1+n_2+n_3+\cdots+n_p}}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i\,(x_i-\bar{X})^2}{\sum_{i=1}^{p} n_i}}$$

b- Ecart type

L'écart type est le nombre réel positif σ défini par ;

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V}}}$$

3. Représentation graphique

Il existe de nombreuses façons de représenter graphiquement les données statistiques.

a) Diagramme en bâtonnets

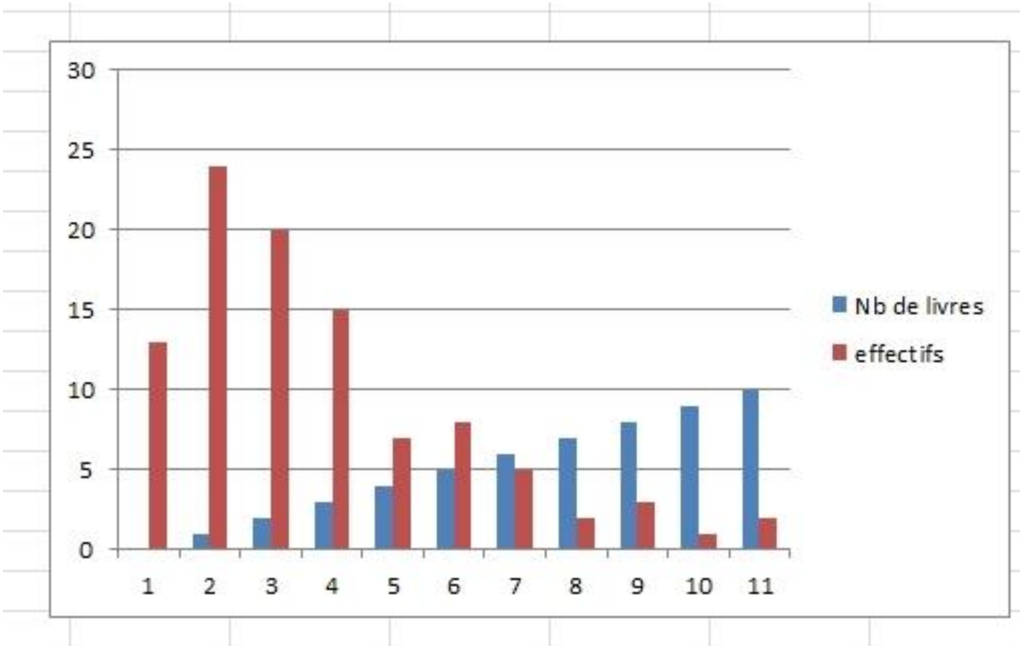
Dans un repère orthogonal, on dessine un segment parallèle à l'axe des ordonnées pour figurer chaque modalité. La hauteur de ce segment est proportionnelle à l'effectif de la modalité.

Exemple 12

La série suivante donne le nombre de livres lus par an sur une population de 100 personnes, représenter par un diagramme en bâtonnets les données de cette série :

Nb de livres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
effectifs	13	24	20	15	7	8	5	2	3	1	2

Solution



Remarque

On joint parfois les sommets de deux bâtons consécutifs par un segment de droite.

On obtient ainsi le polygone des effectifs.

b) Histogramme

Dans le cas où les valeurs de la variable sont regroupées en classes, on utilise un histogramme où chaque classe est représentée par un rectangle dont un côté est la classe sur l'axe des abscisses, et dont l'aire est proportionnelle à l'effectif de la classe.

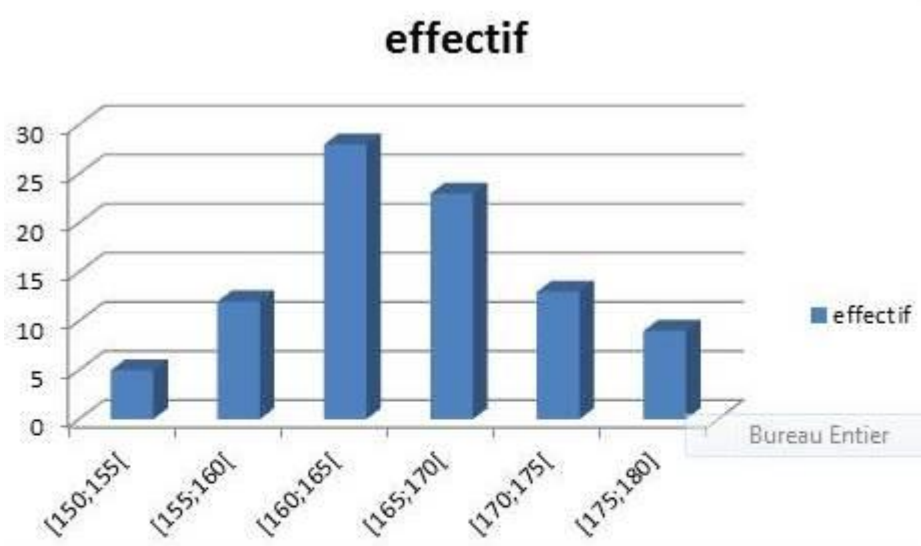
Si toutes les classes ont la même amplitude (*largeur*), les hauteurs des rectangles sont alors proportionnelles aux effectifs des classes.

Exemple 13

Représenter par un histogramme la répartition d'un groupe d'élèves suivant la taille :

Taille (*en cm*)	$[150;155[$	$[155;160[$	$[160;165[$	$[165;170[$	$[170;175[$	$[175;180]$
effectif	5	12	28	23	13	9

Solution



c) Diagramme polaire (*ou radar*)

Il est utilisé souvent pour des données chronologiques, ce diagramme utilise un axe tournant autour d'un point.

Les différentes positions de l'axe correspondent aux modalités.

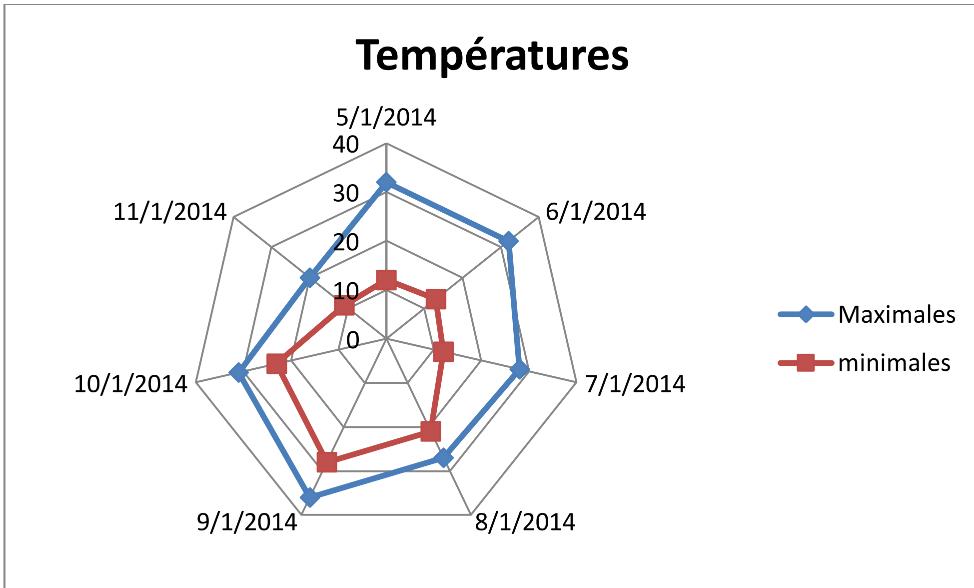
Chaque modalité est représentée par un point dont l'écart au centre du graphique est proportionnel à l'effectif de cette modalité.

Exemple 14

Le tableau suivant représente les températures maximales et minimales enregistrées en degré Celsius dans une ville mauritanienne sur la semaine du 1 au 7 janvier 2014.

Représenter les données de cette suite statistique par un diagramme polaire :

	T. Maximales	**T. minimales**
5/1/2014	32	12
6/1/2014	32	13
7/1/2014	28	12
8/1/2014	27	21
9/1/2014	36	28
10/1/2014	31	23
11/1/2014	20	11



d) Diagramme circulaire

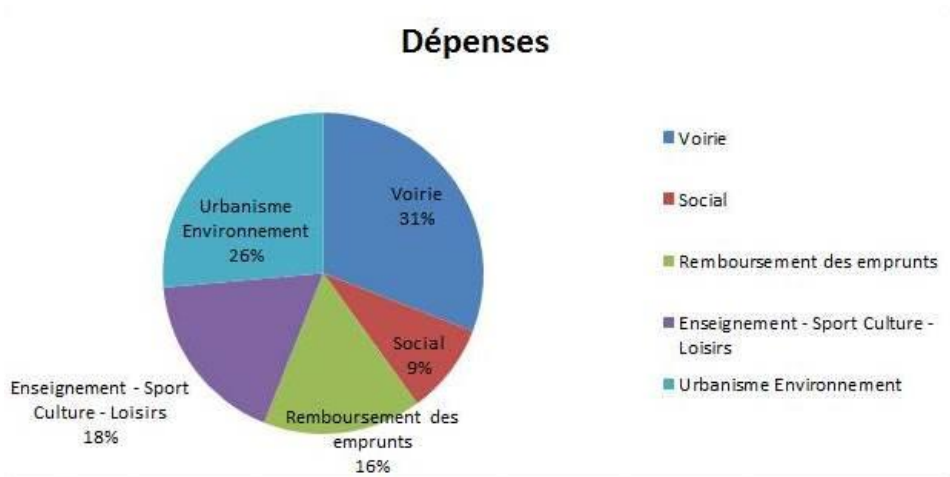
Il s'agit d'un disque partagé en secteurs dont les angles sont proportionnels aux effectifs des modalités qu'ils représentent.

Exemple 15

Voici les dépenses d'investissement d'une commune en Ouguiyas, représenter par un diagramme circulaire ces données :

Poste	Voirie	Social	Remboursement des emprunts	Enseignement – Sport Culture – Loisirs	Urbanisme Environnement
Dépenses	9 592 836	2 838 411	4 962 561	5 456 333	8 204 686

Solution



Exemple 16

Voici le relevé des températures extérieures maximales et minimales exprimées en degrés Celsius ($°C$) enregistrées dans des zones étrangères, au mois de janvier 1992.

$Mini$	0	0	1	-2	-2	2	4	4	5	5	3	1	0	3	4	5
$Maxi$	1	2	3	2	3	5	7	6	8	8	6	3	3	5	7	9

$Mini$	8	0	-1	0	3	3	3	3	6	4	5	6	3	3	7
$Maxi$	9	10	8	5	7	10	8	9	10	12	6	9	10	10	10

1° Calculer la moyenne et l'écart type des températures minimales.

2° Même question avec les températures maximales.

3° Avec les températures minimales, regrouper les données en classes d'amplitude $2°C$; ($[-2; 0[, [0; 2[, \ldots$)

a/ Construire l'histogramme représentatif des résultats obtenus.

b/ Même question avec les températures maximales.

Solution

Moyenne des températures minimales

$Mini$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$Effectifs$	2	1	5	2	1	8	4	4	2	1	1

$$\bar{X} = \frac{1}{31}(2 \times -2 + 1 \times -1 + 5 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 2 + 8 \times 3 + 4 \times 4 + 4 \times 5 + 2 \times 6 + 1 \times 7 + 1 \times 8)$$

$$= \frac{1}{31}(-4 - 1 + 2 + 2 + 24 + 16 + 20 + 12 + 7 + 8) = \frac{1}{31} \times 86 = \frac{86}{31} \Longrightarrow \boxed{\bar{X} \approx 2.7742}$$

La variance

$$V = \frac{2\left(-2 - \frac{86}{31}\right)^2 + 1\left(-1 - \frac{86}{31}\right)^2 + 5\left(0 - \frac{86}{31}\right)^2 + \cdots + 1\left(8 - \frac{86}{31}\right)^2}{2 + 1 + 5 + 2 + 1 + 8 + 4 + 4 + 2 + 1 + 1}$$

$$= \frac{2\left(-\frac{148}{31}\right)^2 + 1\left(-\frac{117}{31}\right)^2 + 5\left(-\frac{86}{31}\right)^2 + \cdots + 1\left(\frac{162}{31}\right)^2}{31}$$

$$= \frac{2\left(-\frac{148}{31}\right)^2 + 1\left(-\frac{117}{31}\right)^2 + 5\left(-\frac{86}{31}\right)^2 + \cdots + 1\left(\frac{162}{31}\right)^2}{31}$$

$$\boldsymbol{V \approx 6.3683}$$

L'écart type

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V} \approx \sqrt{6.3683} \approx 2.5235}$$

Moyenne des températures maximales

$Maxi$	1	2	3	5	6	7	8	9	10	12
$Effectifs$	1	2	4	3	3	3	4	4	6	1

$$\bar{X} = \frac{1}{31}(1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 5 + 3 \times 6 + 3 \times 7 + 4 \times 8 + 4 \times 9 + 6 \times 10 + 1 \times 12)$$

$$= \frac{1}{31}(1 + 4 + 12 + 15 + 18 + 21 + 32 + 36 + 60 + 12) = \frac{1}{31} \times 197 = \frac{197}{31}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\bar{X} \approx 6.3548}$$

La variance

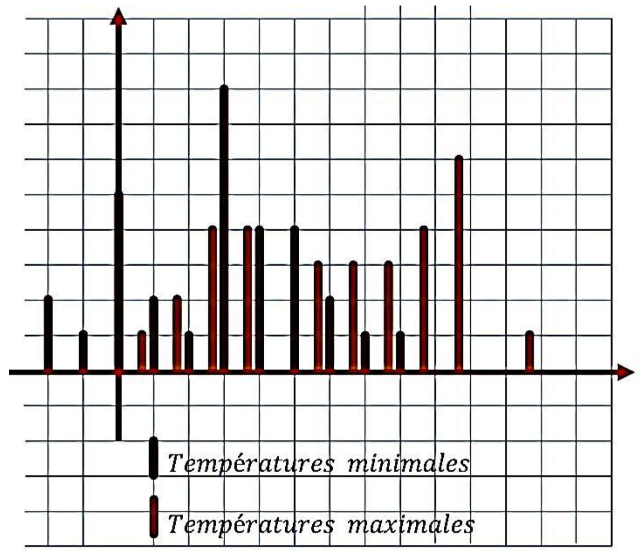
$$V = \frac{1\left(1 - \frac{197}{31}\right)^2 + 2\left(2 - \frac{197}{31}\right)^2 + 4\left(3 - \frac{197}{31}\right)^2 + \cdots + 1\left(12 - \frac{197}{31}\right)^2}{1 + 2 + 4 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 6 + 1}$$

$$= \frac{1\left(-\frac{166}{31}\right)^2 + 2\left(-\frac{135}{31}\right)^2 + 4\left(-\frac{104}{31}\right)^2 + \cdots + 1\left(\frac{175}{31}\right)^2}{1 + 2 + 4 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 6 + 1}$$

$$\boldsymbol{V \approx 5.5477}$$

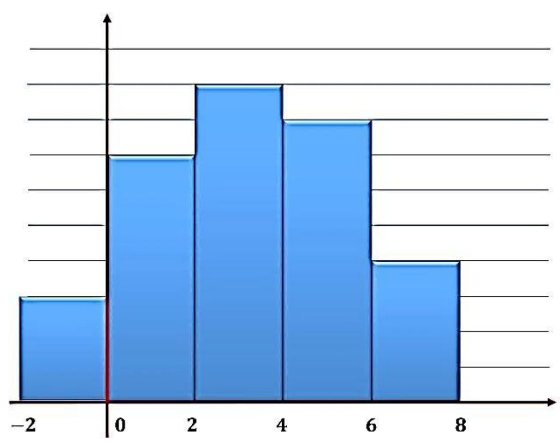
L'écart type

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V} \approx \sqrt{5.5477} \approx 2.3553}$$



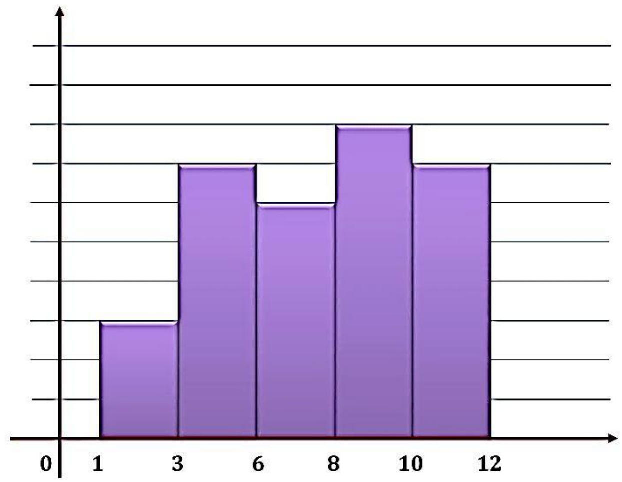
3° a/

$Intervalles$	$[-2;0[$	$[0;2[$	$[2;4[$	$[4;6[$	$[6;8]$
$Effectifs$	3	7	9	8	4



b/

$Intervalles$	$[1;3[$	$[3;6[$	$[6;8[$	$[8;10[$	$[10;12]$
$Effectifs$	3	7	6	8	7



Exercices généraux

Organisation de données- Effectifs - Fréquences

Exercice 1

Soit la série statistique suivante :

x_i	3	4	5	6	7	8	9
n_i	5	8	9	11	9	8	5

1° Donner le mode, la médiane et calculer la moyenne ;

2° Compléter un tableau de fréquences et d'effectifs cumulés ;

3° Représenter sur un diagramme à bâtonnets et tracer le polygone des effectifs ;

4° Déterminer le nombre de valeurs qui dépassent 7 ;

5° Déterminer le pourcentage des valeurs qui n'atteignent pas 5 ;

6° Calculer la variance de cette série, son écart type.

Exercice 2

On a relevé les tailles, en cm, des élèves de la cinquième année.

173 ; 180 ; 160 ; 174 ; 170 ; 173 ; 163 ; 154 ; 170 ; 176 ; 170 ; 169 ; 164 ; 174 ; 165 ; 177 ; 158 ; 180 ; 162 ; 169 ; 163 ; 170 ; 180 ; 163 ; 170 ; 171 ; 167 ; 184 ; 173 ; 166 ; 174 ; 180 ; 183 ; 171 ; 181 ; 163 ; 173 ; 184 ; 163 ; 178 ; 162 ; 175 ; 161 ; 163 ; 175 ; 172 ; 179 ; 178 ; 180 ; 172 ; 164 ; 162 ; 181 ; 172 ; 179 ; 170 ; 184 ; 182 ; 177 ; 179 ; 177 ; 181 ; 180 ; 178 ; 163 ; 183 ; 177 ; 181 ; 172.

1) Ordonner les mesures.

2) Quelle est la population ?

Quels sont les individus ?

Quelle est la variable étudiée ?

3) Regrouper les mesures en classes d'amplitude 4 cm.

4) Construire le tableau des effectifs cumulés et des fréquences cumulées.

5) Combien d'élèves ont une taille strictement inférieure à 1,70 cm ?

Exercice 3

a) On jette un dé 100 fois et on note la lecture xi. On appelle n_i l'effectif correspondant à la lecture x_i (n_i est le nombre d'apparition du chiffre x_i). On obtient le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	20	10	26	14	10	20

Déterminer les fréquences et les fréquences cumulées.

Caractéristiques de position

Exercice 4

Déterminer le mode, la moyenne, la médiane et l'étendue de la série de l'Ex. 2.

Exercice 5

Dans un Lycée, trois classes de terminale C ont le même sujet de Mathématiques au cours d'un Bac blanc. Les notes obtenues sont les suivantes :

Terminale C_1	6,5	8	9	10	11	12,5	14	16
	3	**7**	**5**	**3**	**3**	**4**	**1**	**1**

Terminale C_2	7	8	9	10	11	12,5	14	15	17
	2	**5**	**6**	**5**	**3**	**4**	**2**	**1**	**2**

Terminale C_3	6	7,5	9	10	11	12	14	15	17
	4	**4**	**5**	**4**	**2**	**3**	**4**	**2**	**3**

1) Calculer les moyenne m_1 ; m_2 ; m_3 des notes respectivement en TC_1 ; TC_2 ; TC_3.

2) En déduire la moyenne m des notes des trois classes réunies.

Exercice 6

On a relevé l'âge des vingt personnes d'une entreprise :

20 ; 18 ; 36 ; 30 ; 20 ; 24 ; 60 ; 26 ; 40 ; 24 ; 30 ; 32 ; 18 ; 24 ; 50 ; 26 ; 42 ; 28 ; 52 ; 28.

Construire le tableau statistique de la série des âges (indiquer l'effectif, la fréquence, la fréquence cumulée).

Déterminer le mode, la moyenne m, la médiane, l'étendue de cette série statistique.

Exercice 7

On a mesuré la durée de vie (en certaines heures) de 900 ampoules.

Les résultats ont permis de dresser la courbe des effectifs cumulés croissants.

Faire un tableau avec les classes, les effectifs et les effectifs cumulés croissants.

Déterminer graphiquement une approximation de la médiane.

Exercice 8

La moyenne des notes d'un élève est actuellement de 12,5 sur 20. Avec une note de 16 sur 20 au prochain contrôle, cette moyenne passerait à 13.

Quel est le nombre de contrôles effectués à ce jour ?

Exercice 9

La moyenne des notes de Français d'un élève à l'issue des neuf premiers devoirs est 11, 75 sur 20.

Quelle meilleure moyenne peut-il espérer obtenir après un dixième et dernier devoir ?

Sa moyenne peut-elle être inférieure à 10 à l'issue de ce dernier devoir ?

Caractéristiques de dispersion

Exercice 10

On lance deux dés 60fois de suite et on note, pour chaque lancer, la somme des points obtenus.

Points	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	2	3	3	5	8	11	9	8	5	3	3

1) Calculer la moyenne, l'écart moyen et l'écart type de cette série statistique.

2) Construire les diagrammes en bâtons des effectifs cumulés croissants et décroissants.

En déduire la valeur de la médiane.

Exercice 11

Lors d'un contrôle de 400 pointes, on relevé la taille (en mm) de chacune d'elles, et regroupé les résultats dans le tableau suivant :

Taille (en mm)	Effectif
28,5	2
28,8	9
29,1	5
29,4	15
29,7	60
30	165
30,3	95
30,6	21
30,9	15
31,12	9
31,5	4

1) Calculer la moyenne m et l'écart type σ de cette série.

2) Quel est le pourcentage du nombre de pointes dont la taille est comprise entre $m - \sigma$ et $m + \sigma$

Exercice 12

Un professeur de français recense le nombre de livres lus par chacun de ses 180 élèves au cours du drenier mois.

Il obtient le résultat suivant :

- 18 élèves n'ont lu aucun livre,
- 72 élèves ont lu 1 livres,
- 45 élèves ont lu 2 livres,
- 36 élèves ont lu 3 livres,
- 9 élèves ont lu 4 livres,

1) Recopier et compléter le atbleau suivnat :

Nombre de livres	0	1	2	3	4
Effectif					
Fréquence					
Fréquence (en %)					
Effectif cumulé croissant					
Effectif cumulé décroissant					

Combien d'élèves ont lu au moins 2 livres ? moins de 2 livres ?

2) Quel est le mode de cette série statistique ?

3) Calculer la moyenne, l'écart moyen et l'écart type.

4) Représenter le résultat de cette enquête par undiagramme circulaire.

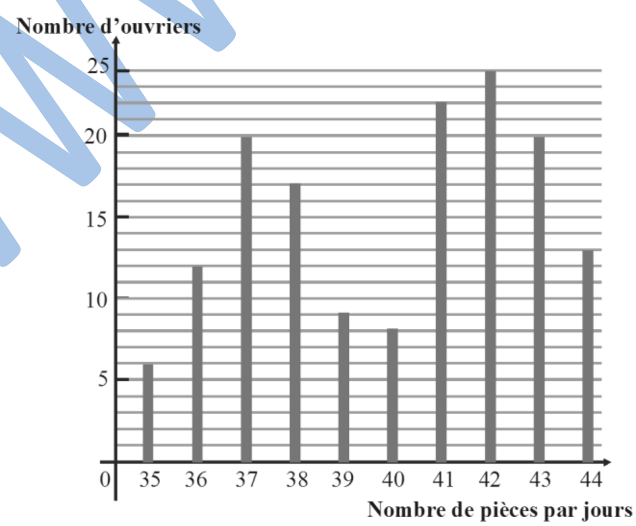
Exercice 13

Une usine utilise deux types de machines, M_1 et M_2, pour produire la même pièce. La direction a relevé la production journalière de chacun de ses ouvriers :

Les ouvriers travaillant sur une machine M_1 produisent entre 35 et 39 pièces par jour ;

Les ouvriers travaillant sur une machine M_2 produisent entre 40 et 44 pièces par jour.

On regroupe ces données dans le diagramme en bâtons suivant :



1) Organiser les données dans un tableau faisant apparaître les effectifs (nombre d'ouvriers) ni

Représentation graphique

Exercice 14

On a relevé la taille (en m) de 50 individus.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1,71 ; 1,72 ; 1,82 ; 1,57 ; 1,75 ; 1,78 ; 1,96 ; 1,67 ; 1,63 ; 1,72 ; 1,67 ; 1,73 ; 1,77 ; 1,69 ; 1,78 ; 1,71 ; 1,82 ; 1,62 ; 1,74 ; 1,69 ; 1,7 ; 1,79 ; 1,65 ; 1,75 ; 1,7 ; 1,84 ; 1,64 ; 1,73 ; 1,68 ; 1,74 ; 1,78 ; 1,68 ; 1,79 ; 1,74 ; 1,6 ; 1,73 ; 1,72 ; 1,79 ; 1,74 ; 1,75 ; 1,68 ; 1,74 ; 1,69 ; 1,73 ; 1,64 ; 1 ;74 ; 1,67 ; 1,72 ; 1,63 ; 1,75.

Regrouper les données dans un tableau suivant les classes [1,5 ; 1,6[; [1,6 ; 1,65[; [1,65 ; 1,7[;

[1,7 ; 1,75[; [1,75 ; 1,8[; [1,8 ; 1,9[; [1,9 ; 2[.

Construire l'histogramme correspondant (une classe d'amplitude 0,1 sera représentée par un rectangle de base 3 cm et le rectangle représentant la classe [1,65 ; 1,7[aura une hauteur de 2 cm).

Exercice 15

Le tableau ci-dessous recense les têtes de

bétail (bovin et ovin) dans certain pays africain :

	Bovin ($\times$1000)	Fréquence	Ovin ($\times$1000)	Fréquence (%)
Burkina	4250			19,85
Cameroun	5 000			13,7
Guinée	1 750			1,6
Mali	5 500			18,6
Mauritanie	1 369			
Niger	4 750			18,75
Sénégal	2 750			16,6
Tchad	4 750			7,55
Totale	Totale		28 000	

1) Compléter le tableau (on arrondira) les fréquences à 10^{-3}près).

2) Dessiner un diagramme circulaire représentant la répartition de la population de bovins de ces huit pays.

3) Représenter par un diagramme à bandes les effectifs de la population ovine de ces pays.