II- FONCTIONS POLYNOMES

Faire savoir

Le cours

1. Les fonctions monômes

Caractérisation

Définition

On appelle une fonction monômes (*ou un monôme*), toute fonction de la forme ;

$$F(x) = ax^n \; avec \; a \in \mathbb{R} \; et \; n \in \mathbb{N}$$

a est appelé coefficient du monôme et n le degré du monôme.

Exemple 1

$$A(x) = 5x^2, \qquad B(x) = -\sqrt{3}x, \qquad C(x) = -\frac{5}{7}x^4 ;$$

$$D(x) = 13, \qquad E(x) = -8x^7, \qquad F(x) = 4{,}85x^3.$$

Les monômes sont de degrés respectifs ; 2; 1; 4; 0; 7; 3.

2. Les fonctions polynômes

Définition

On considère comme fonction polynôme (*ou un polynôme*), toute somme algébrique de fonctions monômes.

Exemple 2

$$F(x) = -7x^4 + 5x^3 - 2x^2 + \frac{5}{9}x + \sqrt{3} - 5x^5$$

$$H(x) = 3x^2 - 8 + 2x^3 - \frac{2}{3}x - 5\sqrt{2}x^9$$

a) Simplification des fonctions polynômes

Pour simplifier une fonction polynôme, on additionne tous ses monômes de mêmes degrés entre eux.

Exemple

Soit la fonction polynôme ;

$$P(x) = -12x^2 + 8 - 7x - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 16 + x^3 - 2x^5$$

Simplifier et ranger par ordre croissant P.

Solution

$$\begin{aligned} P(x) &= 8 - 16 - 7x + 8x - 12x^2 + 4x^2 - 5x^3 + x^3 - 2x^5 \\ &= 8 - 16 + (-7 + 8)x + (-12 + 4)x^2 + (-5 + 1)x^3 - 2x^5 \\ &= -8 + x - 8x^2 - 4x^3 - 2x^5 \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{P(x) = -8 + x - 8x^2 - 4x^3 - 2x^5}$$

3. Polynôme simplifié et ordonné

a) La forme générale d'une fonction polynôme réduite et rangée dans l'ordre croissant de ses puissances est ;

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$$
$$où;\ a_{i(0\leq i\leq n)} \in \mathbb{R}\ et\ n \in \mathbb{N}.$$

Exemple

Dans l'exemple 2, les polynômes $F(x)$ et $H(x)$ réduits et rangés dans l'ordre croissant de leurs puissances sont ;

$$F(x) = \sqrt{3} + \frac{5}{9}x - 2x^2 + 5x^3 - 7x^4 - 5x^5$$
$$H(x) = -8 - \frac{2}{3}x + 3x^2 + 2x^3 - 5\sqrt{2}x^9$$

b) La forme générale d'une fonction polynôme réduite et rangée dans l'ordre décroissant de ses puissances est ;

$$P(x) = a_nx^n + \cdots + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$où;\ a_{i(0\leq i\leq n)} \in \mathbb{R}\ et\ n \in \mathbb{N}.$$

Exemple

Dans l'exemple 2, les polynômes $F(x)$ et $H(x)$ réduits et rangés dans l'ordre décroissant de leurs puissances sont ;

$$F(x) = -5x^5 - 7x^4 + 5x^3 - 2x^2 + \frac{5}{9}x + \sqrt{3}$$
$$H(x) = -5\sqrt{2}x^9 + 2x^3 + 3x^2 - \frac{2}{3}x - 8$$

Exemple 1

Soit la fonction polynôme ;

$$F(x) = -7x + 3x^2 - 8 + 21x^5 - 11x + 5 - 7x^2 + 2x^4 - 6x^5$$

Simplifier le polynôme F et ranger-le dans l'ordre croissant puis décroissant des degrés de ses monômes.

Solution

Simplification :

$F(x) = -7x + 3x^2 - 8 + 21x^5 - 17x + 5 - 7x^2$

$= -8 + 5 - 7x - 17x + 3x^2 - 7x^2 + 2x^4 + 21x^5 - 6x^5$

Ordre croissant :

$$\boldsymbol{F(x) = -3 - 24x - 4x^2 + 2x^4 + 15x^5}$$

Ordre décroissant :

$$\boldsymbol{F(x) = 15x^5 + 2x^4 - 4x^2 - 24x - 3}$$

4. Cas particuliers

☒ $P(x) = 0$ (*Monôme nul de degré non défini*).

☒ $P(x) = a\ (a \neq 0)$ (*Forme particulière d'un monôme constant de degré* 0).

☒ $P(x) = ax\ (a \neq 0)$ (*Forme particulière d'un monôme du* 1*er degré*).

☒ $P(x) = ax + b\ (a \neq 0)(b \neq 0)$ (*Forme particulière d'un binôme du* 1*er degré*).

☒ $P(x) = ax^2\ (a \neq 0)$ (*Forme particulière d'un monôme du* 2*ième degré*).

☒ $P(x) = ax^2 + b\ (a \neq 0)(b \neq 0)$ (*Forme particulière d'un binôme du* 2*ième degré*).

☒ $P(x) = ax^2 + bx\ (a \neq 0)(b \neq 0)$ (*Forme particulière d'un binôme du* 2*ième degré*).

☒ $P(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ (*Forme générale d'un trinôme du* 2*ième degré*).

☒ $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ (*Forme générale d'un quadrinôme du* 3*ième degré*).

Exemples

$A(x) = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$; $B(x) = \dfrac{-5}{\sqrt{2}}x$; $C(x) = -3x + 7$;

$D(x) = -4x^2$; $E(x) = -2\sqrt{3}x^2 + 7$;

$F(x) = 5{,}3x^2 - \dfrac{4}{3}x$; $G(x) = \dfrac{1}{\sqrt{5}}x^2 - 2x + 2$;

$H(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 3$

5. Les coefficients d'un polynôme (*ou sa suite caractéristique*)

Définition

Dans un polynôme de degré n réduit et rangé suivant l'ordre croissant de ses puissances ;

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$$

La suite ordonnée des coefficients ;

$(a_0 ;\ a_1 ;\ a_2 ;\ a_3 ; \ldots ;\ a_n)$ est appelée la suite caractéristique des coefficients du polynôme P.

Remarque 1

Les coefficients des puissances qui n'apparaissent pas dans l'écriture d'un polynôme sont considérés comme étant des zéros dans sa suite caractéristique.

Exemple

Soit le polynôme ;

$$P(x) = -1 + 5x - \frac{2}{3}x^3 + 4\sqrt{3}x^5 - x^6 - 2x^7$$

L'écriture complète de ce polynôme est en fait ;

$$P(x) = -1 + 5x + 0 \times x^2 - \frac{2}{3}x^3 + 0 \times x^4 + 4\sqrt{3}x^5 - x^6 - 2x^7;$$

Et sa suite caractéristique est par conséquent ;

$$\left(-1;\ 5; 0; -\frac{2}{3}; 0;\ 4\sqrt{3}; -1; -2\right)$$

Exemple 2

Soit le polynôme $P(x) = 4x + 7x^2 - 12x^5 + 9x^7 - 2x^{10}$ réduit et rangé dans l'ordre croissant.

Donner l'écriture complète de ce polynôme, puis extraire sa suite caractéristique.

Solution

L'écriture complète de ce polynôme est :

$$P(x) = 0 + 4x + 7x^2 + 0x^3 + 0x^4 - 12x^5 + 0x^6 + 9x^7 + 0x^8 + 0x^9 - 2x^{10};$$

Et sa suite caractéristique est par conséquent ;

$$(0;\ 4;\ 7; 0; 0; -12; 0;\ 9; 0; 0;\ -2)$$

6. Opérations sur les polynômes

a) Somme et différence

La somme algébrique (ou la différence) de deux polynômes $A(x)$ et $B(x)$ est un polynôme. Il est obtenu par l'addition (*ou la soustraction*) des monômes de même degrés dans $A(x)$ et dans $B(x)$.

Exemple 3

Soit les deux polynômes

$F(x) = \sqrt{3} + \frac{5}{9}x - 2x^2 + 5x^3 - 7x^4 - 5x^5$ et $H(x) = -8 - \frac{2}{3}x + 3x^2 + 2x^3 - 5\sqrt{2}x^9$

Soit $H(x)$ le polynôme tel que ; $H(x) = F(x) + P(x)$. Calculer $H(x)$.

Solution

$$H(x) = F(x) + P(x) = \left(\sqrt{3} + \frac{5}{9}x - 2x^2 + 5x^3 - 7x^4 - 5x^5\right) + \left(-8 - \frac{2}{3}x + 3x^2 + 2x^3 - 5\sqrt{2}x^9\right)$$

$$= \sqrt{3} + \frac{5}{9}x - 2x^2 + 5x^3 - 7x^4 - 5x^5 - 8 - \frac{2}{3}x + 3x^2 + 2x^3 - 5\sqrt{2}x^9$$

$$= (\sqrt{3} - 8) + \left(\frac{5}{9} - \frac{2}{3}\right)x + (-2 + 3)x^2 + (5 + 2)x^3 - 7x^4 - 5x^5 - 5\sqrt{2}x^9$$

$$= (-\sqrt{2} + 4) - \frac{1}{9}x + x^2 + 7x^3 - 7x^4 - 5x^5 - 5\sqrt{2}x^9$$

$$\boldsymbol{H(x) = F(x) + P(x) = (-\sqrt{2} + 4) - \frac{1}{9}x + x^2 + 7x^3 - 7x^4 - 5x^5 - 5\sqrt{2}x^9}$$

Remarque 2

On peut aussi utiliser les suites caractéristiques de deux polynômes pour les additionner ou les soustraire, et obtenir ainsi la suite caractéristique du polynôme somme (ou différence).

Remarque 3

Le degré de la somme ou de la différence de deux polynômes de degrés différents, est celui du polynôme ayant le plus grand degré.

Remarque 4

Le degré de la somme ou la différence de deux polynômes de même degré, est inférieur ou égal au degré des polynômes.

Remarque 5

Deux polynômes sont égaux, si et seulement si leurs suites caractéristiques sont égales.

Remarque 6

Un polynôme est nul, si et seulement sa suite caractéristique est constituée de zéros.

b) Produit algébrique de deux polynômes

Soit $P(x)$ et $R(x)$ deux polynômes, et soit $Q(x)$ le polynôme tel que $Q(x) = P(x) \times R(x)$. Pour obtenir le polynôme produit $Q(x)$, on multiplie chacun des monômes de $P(x)$ par chacun des monômes de $R(x)$, on simplifie ensuite en additionnant entre eux, tous les monômes de mêmes degrés obtenus.

Exemple 4

Soit les deux polynômes $R(x) = -5 + 4x + 7x^2 + 2x^3$ et $Q(x) = 1 - 4x + 3x^2 - 6x^3 + 9x^4$.

Calculer le polynôme $P(x)$ tel que ; $P(x) = R(x) \times Q(x)$.

Solution

$$P(x) = R(x) \times Q(x) = (-5 + 4x + 7x^2 + 2x^3) \times (1 - 4x + 3x^2 - 6x^3 + 9x^4)$$

$$= -5(1 - 4x + 3x^2 - 6x^3 + 9x^4) + 4x(1 - 4x + 3x^2 - 6x^3 + 9x^4) + 7x^2(1 - 4x + 3x^2 - 6x^3 + 9x^4) + 2x^3(1 - 4x + 3x^2 - 6x^3 + 9x^4)$$

$$= -5 \times 1 - 5 \times 4x - 5 \times 3x^2 + 5 \times 6x^3 - 5 \times 9x^4 + 4x \times 1 - 4x \times 4x + 4x \times 3x^2 - 4x \times 6x^3 + 4x \times 9x^4 + 7x^2 \times 1 - 7x^2 \times 4x + 7x^2 \times 3x^2 - 7x^2 \times 6x^3 + 7x^2 \times 9x^4 + 2x^3 \times 1 - 2x^3 \times 4x + 2x^3 \times 3x^2 - 2x^3 \times 6x^3 + 2x^3 \times 9x^4$$

$$= -5 - 20x - 15x^2 + 30x^3 - 45x^4 + 4x - 16x^2 + 12x^3 - 24x^4 + 36x^5 + 7x^2 - 28x^3 + 21x^4 - 42x^5 + 63x^6 + 2x^3 - 8x^4 + 6x^5 - 12x^6 + 18x^7$$

$$\boldsymbol{P(x) = R(x) \times Q(x) = -5 - 16x - 14x^2 + 16x^3 - 56x^4 + 51x^6 + 18x^7}$$

Remarque 7

Le degré du polynôme produit de deux polynômes est égal à la somme des degrés des deux polynômes.

Remarque 8

Un polynôme peut être donné sous une forme développée réduite ou non, mais il peut également se présenter sous une forme factorisée.

Exemple 3

$$P(x) = (-5 + 12x - 6x^2)(15x^2 - 3x^5)$$

$$Q(x) = (7 - 9x^2 - 4x^3)(x + x^3 - 4x^4)$$

7. Le zéro d'un polynôme– Factorisation

a) Le zéro d'un polynôme

Soit $P(x)$ un polynôme.

On appelle le zéro (*ou la racine*) du polynôme P, tout nombre réel α tel que $P(\alpha) = 0$.

Déterminer les racines (*ou les zéros*) d'un polynôme P, revient à résoudre l'équation $P(x) = 0$.

b) Factorisation

Remarque 9

Si α est une racine d'un polynôme $P(x)$ de degré $n \geq 1$, alors $P(x)$ est divisible par le facteur $x - \alpha$, et il existe un polynôme $R(x)$ de degré $n - 1$ tel que $P(x) = (x - \alpha) \times R(x)$.

Remarque 10

Si a_0 ; α_1; α_2; α_3 ; … ; α_{n-1} sont les n racines d'un polynôme $P(x)$; alors celui-ci est de degré supérieur ou égal à n.

Remarque 11

Si $P(x) = a_0x^n + \cdots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n$ est un polynôme de degré n, et si a_0 ; α_1; α_2; α_3 ; … ; α_{n-1} sont les n racines de $P(x)$, alors $P(x)$ se factorise de façon unique de la manière suivante ;

$$P(x) = a_0(x - \alpha_0)(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \ldots (x - \alpha_{n-1})$$

Exemple 5

Soit le polynôme ;

$$P(x) = x^3 - 3x - 18$$

1. En calculant $P(3)$, montrer que $x = 2$ est une racine de P ;

2. Déterminer les réels a et b tels que ;

$$P(x) = (x - 3)(x^2 + ax + b)$$

3. En utilisant le discriminant Δ, factoriser si possible le trinôme du second degré obtenu, et en déduire une factorisation du polynôme P.

Solution

1. $P(3) = 3^3 - 3(3) - 18$

$$= 27 - 9 - 18 = 27 - 27 = 0$$

Donc ; 3 est une racine de P.

2. Détermination des réels a et b ;

A°/ Méthode 1 (*La division euclidienne*)

$$
\begin{array}{r|l}
\boldsymbol{x^3 - 3x - 18} & \boldsymbol{x - 3} \\ \cline{2-2}
\boldsymbol{\mp x^3 \pm 3x^2} & \boldsymbol{x^2 + 3x + 6} \\ \cline{1-1}
\boldsymbol{3x^2 - 3x - 18} & \\
\boldsymbol{\mp 3x^2 \pm 9x} & \\ \cline{1-1}
\boldsymbol{6x - 18} & \\
\boldsymbol{\mp 6x \pm 18} & \\ \cline{1-1}
\boldsymbol{= \ \ 0} &
\end{array}
$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{P(x) = (x-2)(x^2+3x+6)}$$

B°/ Méthode 2 (*Identification*)

$$
\begin{aligned}
P(x) &= (x-3)(x^2+ax+b) \\
&= x^3 + ax^2 + bx - 3x^2 - 3ax - 3b \\
&= x^3 + (a-3)x^2 + (b-3a)x - 3b \\
&= x^3 - 3x - 18
\end{aligned}
$$

$$
\Longrightarrow \begin{cases}
1 = 1 \\
a - 3 = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{a = 3} \\
b - 3a = -3 \Longrightarrow b - 9 = -3 \Longrightarrow \boldsymbol{b = 6} \\
-3b = -18 \Longrightarrow -3 \times 6 = -18
\end{cases}
$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{P(x) = (x-3)(x^2+3x+6)}$$

Méthode 3 (*Coefficient de Hörner*)

$$P(x) = x^3 - 3x - 18$$

$$\Longrightarrow \frac{P(x)}{x-3} = \frac{x^3 - 3x - 18}{x-3}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 3x - 6x + 6x - 18}{x-3}$$

$$= \frac{x^2(x-3) + 3x(x-3) + 6(x-3)}{x-3}$$

$$= \frac{(x-3)(x^2+3x+6)}{x-3} = x^2 + 3x + 6$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{P(x) = (x-3)(x^2+3x+6)}$$

Pour factoriser $x^2 + 3x + 6$, on résout l'équation $x^2 + 3x + 6$, on a ;

$$\Delta = (3)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 9 - 24 = -13$$

$\Longrightarrow \Delta < 0$ donc, pas de solution pour l'équation d'où, $x^2 + 3x + 6$ n'est pas factorisable.

Exemple 6

Développer, réduire et ordonner le polynôme $P(x) = (x-1)(1 + x + x^2 + x^3)$

Solution

$$
\begin{aligned}
P(x) = (x-1)(1 + x + x^2 + x^3) &= x(1 + x + x^2 + x^3) - 1 \times (1 + x + x^2 + x^3) \\
&= x + x^2 + x^3 + x^4 - 1 - x - x^2 - x^3 = x^4 - 1
\end{aligned}
$$

Exemple 7

Soit $f(x) = x^4 + 4$. En écrivant $f(x) = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$,

Mettre $f(x)$ sous forme d'un produit de deux polynômes du second degré.

Solution

$$f(x) = x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$$

$$(x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x) = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$$

8. Forme canonique d'un trinôme du second degré

Soit le polynôme

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

Si on prend a en facteur, on a ;

$$a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right]$$

On ajoute et on retranche le carré de la moitié du coefficient de x pour obtenir un carré parfait ;

$$a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

On met en évidence le carré parfait par des parenthèses ;

$$a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

On écrit le carré parfait sous sa forme factorisée ;

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

On enlève les crochets en multipliant par a ;

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$\Lsh\; a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a}$$

$$\Lsh\; a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Si on note $\Delta = b^2 - 4ac$, on a ;

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

$$\Lsh\; \boldsymbol{a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}}$$

Cette dernière écriture est appelée la forme canonique du polynôme P.

En particulier, si on pose ;

$$\alpha = \frac{b}{2a} \; et \; \beta = -\frac{\Delta}{4a}$$

La forme canonique devient alors ;

$$\boldsymbol{P(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta}$$

Si on revient à l'écriture

9. Quotients rationnels et fonctions rationnelles

Définition

On appelle fraction rationnelle tout quotient de deux polynômes.

Une fonction rationnelle est une fonction caractérisée par une fraction rationnelle.

Exemple 4

$$f(x) = \frac{-5x^3 + 12x^2 - x - 6}{2x + 3}$$

$$g(x) = \frac{(3 - x^2 - 9x)(x+1) - 5x(3x-8)}{(2x-7)(5x^2+6x)}$$

a) Conditions d'existence d'une fonction rationnelle et d'une fonction irrationnelle

Une fonction rationnelle existe pour les valeurs réelles qui n'annulent pas son dénominateur.

Une fonction irrationnelle existe pour les valeurs réelles qui ne donnent pas une valeur négative sous le radical.

Exemple 8

Soit les fonctions rationnelles ;

$$f(x) = \frac{-5x^3 + 12x^2 - x - 6}{2x + 3} \quad et \quad g(x) = \frac{(3 - x^2 - 9x)(x+1) - 5x(3x-8)}{(2x-7)(5x^2+6x)}$$

Déterminer les valeurs réelles pour lesquelles f et g existent.

Solution

f et g existent pour les valeurs réelles qui n'annulent pas leurs dénominateurs.

$f(x)$ existe pour $2x + 3 \neq 0$; c'est-à-dire pour ;

$$x \neq \frac{-3}{2}$$

$g(x)$ existe pour $(2x-7)(5x^2+6x) \neq 0$, C'est-à-dire pour ; $x \neq \frac{-6}{5}; x \neq 0 \; et \; x \neq \frac{7}{2}$

Exemple 9

Soit la fonction irrationnelle $h(x) = \sqrt{2x-7}$.

Déterminer les valeurs réelles pour lesquelles h existe.

Solution

La fonction irrationnelle $h(x)$ existe pour les valeurs réelles qui ne donnent pas une valeur négative sous le radical.

$2x-7 \geq 0 \Longrightarrow x \geq \frac{7}{2}$ d'où ; $f(x)$ existe pour $x \in \left[\frac{7}{2};\ +\infty\right[$

Exercice généraux

Exercice 1.

Etudier les conditions d'existence des fonctions suivantes :

$$a(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{x(x-5)(x+4)};\ b(x) = \sqrt{2x^2 + 7x + 3}$$

$$c(x) = \sqrt{|x|}\ ;\ d(x) = \sqrt{3x^2 + 4|x|}$$

$$e(x) = \sqrt{x^4 + 3x^2 + 5|x|}\ ;\ f(x) = \sqrt{2|x| - 5}$$

$$g(x) = \frac{2x+5}{\sqrt{x^2-4}}\ ; h(x) = \frac{3x-7}{\sqrt{3|x|+8}}$$

$$j(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{\left||x|-5\right|-2}}\ ;\ k(x) = \sqrt{3x^3 + |x|}$$

$$l(x) = \sqrt{\left||x^2-4|-8\right|-1}\ ;$$

$$m(x) = \frac{4x+1}{\sqrt{\left||x^2-2|-7\right|}}$$

Simplification d'une fonction rationnelle

Exercice 2.

Soit les quotients réels ;

$$Q(x) = \frac{3x+7}{x+2}$$

$$R(x) = \frac{5x^2 - 7x + 4}{x-1}$$

$$K(x) = \frac{-4x^2 + 3x - 12}{(x+1)(x-2)}$$

$$M(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + x - 6}{x(x+2)(x-3)}$$

En utilisant la méthode de l'identification, la division euclidienne et la méthode de Hörner déterminer ;

✧ Les réels a et b tels que ;

$$Q(x) = a + \frac{b}{x+2}$$

✧ Les réels a, b et c tels que ;

$$R(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

✧ Les réels a et b tels que ;

$$K(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2}$$

✧ Les réels a, b et c tels que ;

$$M(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+2} + \frac{d}{x-3}$$

Encadrement et polynômes, produits et quotients de polynômes

Exercice 3.

On donne l'encadrement ;

$5,23 < x < 5,24$;

Et on donne ;

$$y = \frac{7x+3}{9-x}$$

et

$$z = \frac{2x^2 - 3x + 8}{x-3}$$

Ecrire y sous la forme ;

$$y = a + \frac{b}{x+2}$$

Ecrire z sous la forme

$$z = ax + b + \frac{c}{x-2}$$

En déduire des encadrements pour y et z.

Exercice 4.

On considère le polynôme $P(x) = 9x^2 - 25 + (3x+5)(x-2)$

1°/ Factoriser $9x^2 - 25$, puis factoriser E.

2°/ Résoudre l'équation $E = 0$.

3°/ a) Développer et réduire E.

b) Retrouver les solutions de l'équation $E = 0$

Exercice 5.

On considère le polynôme $P(x)$ tel que : $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

1°/ Calculer $P\ (-1)$

2°/ Factoriser $P(x)$